

CURSO MENTOR

Turma: Primeiro Ano

Tema: Progressões Aritméticas

Professor: Leonardo Santos

Data: 25 de setembro de 2012

Q1. Determinar x de modo que $(x, 2x + 1, 5x + 7)$ seja uma P.A.

Q2. Determinar a de modo que $(a^2, (a + 1)^2, (a + 5)^2)$ seja uma P.A.

Q3. Obter uma P.A. de três termos tais que sua soma seja 24 e seu produto seja 440.

Q4. Obter uma P.A. crescente formada por números inteiros e consecutivos de modo que a soma de seus cubos seja igual ao quadrado da sua soma.

Q5. Obter 3 números em P.A. sabendo que sua soma é 18 e a soma de seus inversos é $\frac{23}{30}$.

Q6. Uma P.A. é formada por 3 termos com as seguintes propriedades:

I) seu produto é igual ao quadrado de sua soma;

II) a soma dos dois primeiros é igual ao terceiro.

Obter a P.A.

Q7. Obter 3 números em P.A. de modo que sua soma seja 3 e a soma de seus quadrados seja 11.

Q8. Obter uma P.A. de 4 termos inteiros em que a soma dos termos é 32 e o produto é 3465.

Q9. (USP) A soma de quatro termos consecutivos de uma progressão aritmética é -6 , o produto do primeiro deles pelo quarto é -54 . Determinar esses termos.

Q10. Obter uma P.A. crescente de 4 termos tais que o produto dos extremos seja 45 e o dos meios seja 77.

Q11. Obter 4 números reais em P.A. sabendo que sua soma é 22 e a soma de seus quadrados é 156.

Q12. Obter uma P.A. de 5 termos sabendo que sua soma é 25 e a soma de seus cubos é 3025.

Q13. Obter uma P.A. decrescente com 5 termos cuja soma é -10 e a soma dos quadrados é 60.

Q14. Obter 5 números reais em P.A., sabendo que sua soma é 5 e a soma de seus inversos é $\frac{563}{63}$.

Q15. Achar 5 números reais em P.A. sabendo que sua soma é 10 e a soma dos cubos dos dois primeiros é igual à soma dos cubos dos dois últimos.

Q16. Mostrar que se (a, b, c) é uma P.A., então (a^2bc, ab^2c, abc^2) também é.

Q17. Provar que se $(\frac{1}{x+y}, \frac{1}{y+z}, \frac{1}{z+x})$ é uma P.A., então (z^2, x^2, y^2) também é.

Q18. Provar que se (a, b, c) é uma P.A., então $(a^2(b+c), b^2(a+c), c^2(a+b))$ também é.

Q19. Sabendo que (a, b, c) e $(\frac{1}{b}, \frac{1}{c}, \frac{1}{d})$ são P.A., mostrar que $2ad = c(a+c)$.

Q20. Sabendo que $(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$ é P.A., provar que: $(\delta + 3\beta)(\delta - 3\beta) + (\alpha + 3\gamma)(\alpha - 3\gamma) = 2(\alpha\delta - 9\beta\gamma)$.

Q21. Calcular o 17º termo da P.A. cujo primeiro termo é 3 e cuja razão é 5.

Q22. Obter o 12º, o 27º e o 100º termos da P.A. $(2, 5, 8, 11, \dots)$.

Q23. Obter a razão da P.A. em que o primeiro termo é -8 e o vigésimo é 30.

Q24. Obter a razão da P.A. em que $a_2 = 9$ e $a_{14} = 45$.

Q25. Obter o primeiro termo da P.A. de razão 4 cujo 23º termo é 86.

Q26. Qual é o termo igual a 60 na P.A. em que o 2º termo é 24 e a razão é 2?

Q27. Obter a P.A. em que $a_{10} = 7$ e $a_{12} = -8$.

Q28. Determinar a P.A. em que o 6º termo é 7 e o 10º é 17.

Q29. Qual é a P.A. em que o 1º termo é 20 e o 9º termo é 44?

Q30. Determinar a P.A. em que se verificam as relações:

$$a_{12} + a_{21} = 302 \quad \text{e} \quad a_{23} + a_{46} = 446$$

Q31. Na P.A. em que $a_p = \alpha$ e $a_q = \beta$ com $p \neq q$, calcular o termo a_{p+q} .

Q32. (IME) Determine a relação que deve existir entre os números m , n , p e q , para que se verifique a seguinte igualdade entre os termos da mesma progressão aritmética:

$$a_m + a_n = a_p + a_q$$

Q33. Qual é o primeiro termo negativo da P.A. (60, 53, 46, ...)?

Q34. Provar que se $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$ é P.A., com $n > 2$, então

$$(a_2^2 - a_1^2, a_3^2 - a_2^2, a_4^2 - a_3^2, \dots, a_n^2 - a_{n-1}^2)$$

também é.

Q35. Provar que se uma P.A. apresenta $a_m = x$, $a_n = y$ e $a_p = z$, então verifica-se a relação:

$$(n - p)x + (p - m)y + (m - n)z = 0$$

Q36. Provar que os termos de uma P.A. qualquer onde 0 não participa verificam a relação:

$$\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \frac{1}{a_3 a_4} + \dots + \frac{1}{a_{n-1} a_n} = \frac{n-1}{a_1 a_n}$$

Q37. Intercalar 5 meios aritméticos entre -2 e 40 .

Q38. Quantos meios aritméticos devem ser interpelados entre 12 e 34 para que a razão da interpolação seja $\frac{1}{2}$.

Q39. Inserir 12 meios aritméticos entre 100 e 200.

Q40. Quantos números inteiros e positivos,

formados com 3 algarismos, são múltiplos de 13?

Q41. De 100 a 1000 quantos são os múltiplos de 2 ou 3?

Q42. Quantos números inteiros e positivos, formados de dois ou três algarismos, não são divisíveis por 7?

Q43. (ITA) Quantos números inteiros existem, de 1000 a 10000, não divisíveis nem por 5 e nem por 7?

Q44. (MAPOFEI) Inscrevendo-se nove meios aritméticos entre 15 e 45, qual é o sexto termo da P.A.?

Q45. Calcular a soma dos 25 termos iniciais da P.A. (1, 7, 13, ...).

Q46. Obter a soma dos 200 primeiros termos da sequência dos números ímpares positivos. Calcular também a soma dos n termos iniciais da mesma sequência.

Q47. Qual é a soma dos números inteiros de 1 a 350?

Q48. Qual é a soma dos 120 primeiros números pares positivos? E a soma dos n primeiros?

Q49. Obter a soma dos 12 primeiros termos da P.A. (6, 14, 22, ...).

Q50. Obter a soma dos n elementos iniciais da sequência:

$$\left(\frac{1-n}{n}, \frac{2-n}{n}, \frac{3-n}{n}, \dots \right)$$

Q51. Determinar a P.A. em que o vigésimo termo é 2 e a soma dos 50 termos iniciais é 650.

Q52. Qual é o 23º elemento da P.A. de razão 3 em que a soma dos 30 termos iniciais é 255?

Q53. Quantos termos devem ser somados na P.A. $(-5, -1, 3, \dots)$ a partir do 1º termo, para que a soma seja 1590?

Q54. Qual é o número mínimo de termos que se deve somar na P.A. $(13, \frac{45}{4}, \frac{19}{2}, \dots)$ a partir

do 1º termo, para que a soma seja negativa?

Q55. (MAPOFEI) Ao se efetuar a soma de 50 parcelas em P.A. (202, 206, 210, ...) por distração não foi somada a 35ª parcela. Qual foi a soma encontrada?

Q56. Determinar uma P.A. de 60 termos em que a soma dos 59 primeiros é 12 e a soma dos 59 últimos é 130.

Q57. Determinar uma P.A. em que a soma dos 10 termos iniciais é 130 e a soma dos 50 iniciais é 3650.

Q58. Calcular o quociente entre a soma dos termos de índice ímpar e a soma dos termos de índice par da P.A. finita (4, 7, 10, ..., 517).

Q59. Qual é a soma dos múltiplos positivos de 5 formados por 3 algarismos?

Q60. Qual é a soma dos múltiplos de 11 compreendidos entre 100 e 10000?

Q61. (MAPOFEI) Qual é a soma dos múltiplos positivos de 7, com dois, três ou quatro algarismos?

Q62. Obter uma P.A. em que a soma dos n primeiros termos é $n^2 + 2n$ para todo n natural.

Q63. (MAPOFEI) Calcular o 1º termo e a razão de uma P.A. cuja soma dos n primeiros termos é $n^2 + 4n$ para todo n natural.

Q64. (USP) Se numa P.A. a soma dos m primeiros termos é igual à soma dos n primeiros termos, $m \neq n$, mostre que a soma dos $m + n$ primeiros termos é igual a zero.

Q65. Demonstrar que em toda P.A. com número ímpar de termos, o termo médio é igual diferença entre a soma dos termos de ordem ímpar e a soma dos termos de ordem par.

Q66. (USP) Quais as progressões aritméticas nas quais a soma de dois termos quaisquer faz parte da progressão?

Q67. (EELINS) Determinar uma progressão aritmética de razão 1, sabendo-se que o número de

termos é divisível por 3, que a soma dos termos é 33 e que o termo de ordem $\frac{n}{3}$ é 4.

Q68. (USP) A soma de quatro termos consecutivos de uma progressão aritmética é -6 , o produto de primeiro deles pelo quarto é -54 . Determinar esses termos.

Q69. (ITA) Provar que se uma P.A. é tal que a soma dos seus n primeiros termos é igual a $n + 1$ vezes a metade do enésimo termo então $r = a_1$.

GABARITO

- Q1.** $x = -\frac{5}{2}$ **Q2.** $a = -\frac{23}{6}$
Q3. $x = 8$ e $r = \pm 3$
Q4. $(-1, 0, 1)$, $(0, 1, 2)$ ou $(1, 2, 3)$
Q5. $(2, 6, 10)$ ou $(10, 6, 2)$ **Q6.** $(0, 0, 0)$ ou $(6, 12, 18)$
Q7. $(-1, 1, 3)$ ou $(3, 1, -1)$
Q8. $(5, 7, 9, 11)$ ou $(11, 9, 7, 5)$
Q9. $\{-9, -4, 1, 6\}$
Q10. $(3, 7, 11, 15)$ ou $(-15, -11, -7, -3)$
Q11. $(1, 4, 7, 10)$ ou $(10, 7, 4, 1)$
Q12. $(-3, 1, 5, 9, 13)$ ou $(13, 9, 5, 1, -3)$
Q13. $(2, 0, -2, -4, -6)$ **Q14.** $(\frac{1}{5}, \frac{3}{5}, 1, \frac{7}{5}, \frac{9}{5})$
Q15. $(2, 2, 2, 2, 2, 2)$
Q16. — **Q17.** — **Q18.** — **Q19.** — **Q20.** —
Q21. — **Q22.** 35, 80 e 299
Q23. $r = 2$ **Q24.** 3 **Q25.** -2
Q26. a_{20} **Q27.** $(\frac{149}{2}, \frac{134}{2}, \frac{119}{2}, \dots)$
Q28. $(-3, -1, 1, 3, \dots)$ **Q29.** $(20, 23, 26, \dots)$
Q30. $(89, 93, 97, \dots)$
Q31. $a_{p+q} = \frac{p\alpha - q\beta}{p - q}$ **Q32.** $m + n = p + q$
Q33. a_{10} **Q34.** — **Q35.** — **Q36.** —
Q37. $(-2, 5, 12, 19, 26, 33, 40)$ **Q38.** 43
Q39. $r = \frac{100}{13}$
Q40. 69 **Q41.** 601 **Q42.** 849 **Q43.** 6171
Q44. 30 **Q45.** 1825 **Q46.** $S_{200} = 40000$ e $S_n = n^2$
Q47. 61425 **Q48.** $14520n(n + 1)$ **Q49.** 600
Q50. $\frac{1-n}{2}$ **Q51.** $(-36, -34, -32, \dots)$
Q52. 31 **Q53.** 30 **Q54.** 16 **Q55.** 14662
Q56. $a_1 = -\frac{3410}{59}$ e $r = 2$ **Q57.** $a_1 = -\frac{1}{2}$ e $r = 3$
Q58. $\frac{259}{262}$ **Q59.** 98550 **Q60.** 4549050
Q61. 7142135 **Q62.** $(3, 5, 7, 9, \dots)$
Q63. $a_1 = 5$ e $r = 2$ **Q64.** — **Q65.** —
Q66. $a_1 = kr$, $k \in \mathbb{Z}$
Q67. $(3, 4, 5, 6, 7, 8)$ **Q68.** $(-9, -4, 1, 6)$ **Q69.** —