

Cálculo da Energia de um Sinal e um Exemplo Utilizando o MATLAB

Leonardo Santos Barbosa
leonardosantos.inf@gmail.com

10 de janeiro de 2015

1 Introdução

O presente texto mostra de maneira simplificada como se pode calcular a energia de um sinal qualquer dado em função do tempo e como isso pode ser feito usando um *software* como, por exemplo, o MATLAB¹. Nosso intuito é tão somente fornecer uma referência, tal como uma consulta rápida, e não ensinar tudo sobre o assunto. Para isso deve-se consultar a referência [1] apresentada.

2 Energia de um Sinal

Consideremos um sinal x descrito em função do tempo, ou seja, x é descrito por uma função matemática real $x(t)$. Por definição, a energia deste sinal E_x é dada por:

$$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} [x(t)]^2 dt$$

Se a função é definida nos números complexos, a energia é dada em função do módulo do sinal, logo:

$$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |[x(t)]|^2 dt$$

¹MATLAB é marca registrada de *MathWorks Inc.*

A título de exemplo, vamos calcular a energia de um sinal dado pela função:

$$x(t) = \begin{cases} e^{-t} & 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Pela definição de energia de um sinal:

$$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} [x(t)]^2 dt \Rightarrow E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} [e^{-t}]^2 dt$$

Como o sinal só é diferente de zero no intervalo $[0, 1]$, temos:

$$E_x = \int_0^1 e^{-2t} dt \Rightarrow E_x = -\frac{1}{2} \int_0^1 (-2) \cdot e^{-2t} dt \Rightarrow E_x = -\frac{1}{2} \cdot e^{-2t} \Big|_0^1$$

Então:

$$E_x = -\frac{1}{2} \cdot (e^{-2} - e^0) \Rightarrow E_x = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{e^2} - 1 \right) \Rightarrow E_x = \frac{e^2 - 1}{2e^2}$$

Como $e \approx 2,72$, teremos $E_x \approx 0,432$.

3 Potência de um Sinal

A potência de um sinal x , descrito em função do tempo dado por uma função real $x(t)$, é, por definição, calculada pela expressão:

$$P_x = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} [x(t)]^2 dt$$

Se $x(t)$ é uma função complexa:

$$P_x = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} |[x(t)]|^2 dt$$

Duas observações são ainda relevantes. A primeira é que, se o sinal é periódico, basta calcular a integral ao longo de um período; a segunda é o fato de que a potência é o quadrado do valor *rms* do sinal, logo se quisermos encontrá-lo, devemos calcular $\sqrt{P_x}$.

4 Calculando a Energia de um Sinal de Áudio

Para exemplificar a utilização, tanto do conceito de energia de um sinal descrito no tempo, quanto do *software* MATLAB, vamos considerar um sinal de áudio qualquer armazenado no computador. No nosso caso, o arquivo é um arquivo cuja extensão é `.wav`. Abra o MATLAB e digite no *workspace*:

```
>> Y = audioread('Caminho do arquivo');
```

No nosso caso, o comando ficaria:

```
>> Y = audioread('C:\Users\Leonardo[...]\bell.wav');
```

Obviamente [...] não faz parte do endereço, só escrevemos isso porque o caminho seria muito longo. Deixaremos o arquivo `bell.wav` disponível também no local original em que este texto foi publicado² para que se possa executar exatamente o mesmo procedimento. Não esqueça de por as aspas simples. O comando `audioread` serve tanto para `.mp3` quanto para `.wav`. Em geral, os sinais de áudio são gravados em dois canais de áudio (som estéreo) que correspondem ao lado esquerdo e direito do *headfone*, por exemplo. Veja que a variável Y é uma matriz de ordem 206227×2 . Vamos então transformá-la em mono com o comando:

```
>> Ym = Y(1:206227,1);
```

A matriz Y_m tem apenas a primeira coluna da matriz original Y . Vamos agora plotar (veja a figura 1) o sinal Y_m para vermos como se comporta sua amplitude no tempo, lembrando que, aqui, tempo significa amostra do sinal³. Para plotar o sinal usamos o comando:

```
>> plot(Ym)
title('Sinal bell.wav em apenas um canal')
xlabel('Amostras')
ylabel('Amplitude');
```

²A postagem original está em www.cursomentor.com.

³Caso o comando `audioread` seja usado com `[Y, Fs]` em lugar de Y apenas, a variável Fs corresponderá a frequência de amostragem, que neste caso é de 44,1 kHz. Assim, se dividirmos o número de linhas por 44100 teremos a duração do sinal em segundos. Logo, o sinal `bell.wav` possui uma duração aproximada de $\frac{206227}{44100} \approx 4,67$ s.

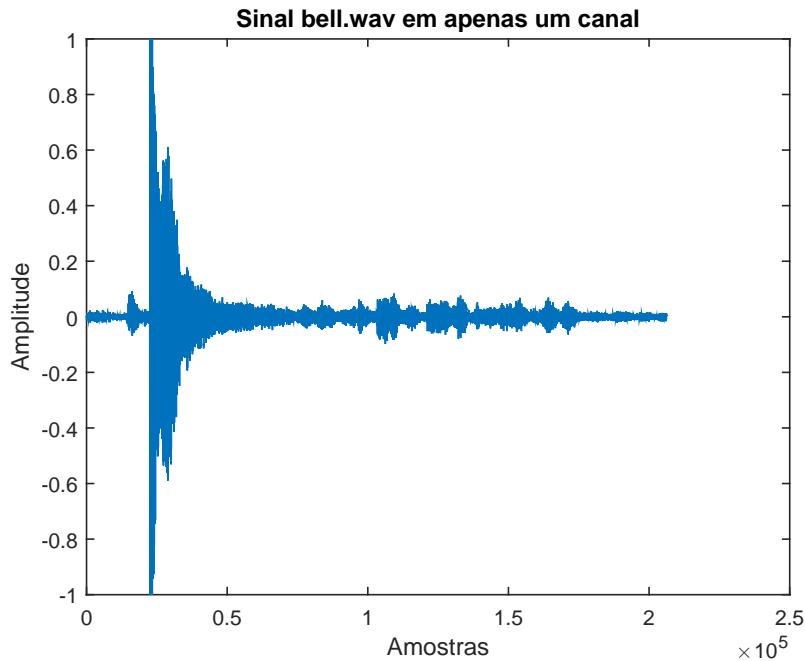


Figura 1: Sinal .wav plotado em função de suas amostras ao longo do tempo.

Agora vamos calcular a energia. Para isso, precisamos elevar cada amostra ao quadrado para obter a matriz Y_q em que cada elemento é o quadrado do elemento correspondente em Y_m . Para operar sobre cada elemento da matriz elevando-o ao quadrado usamos:

```
>> Yq = Ym.^2;
```

Agora somamos todas as amostras para obter a energia E_y do sinal Y_m :

```
>> Ey = sum(Yq(:));
```

Obteremos, então, $E_y = 792,1901$ que é a energia do sinal.

4.1 Considerações Sobre a Potência do Sinal

Veja que se aplicamos a definição de potência aqui apresentada teremos uma potência nula, uma vez que a energia é finita e calculamos a potência fazendo $T \rightarrow +\infty$, quando o sinal já tem amplitude nula e energia também.

5 Conclusão

Apresentamos de forma simplificada a definição de energia de um sinal e demos um pequeno exemplo desta definição. Mostramos, também, a definição de potência e, por fim, trouxemos um procedimento de como importar um arquivo de áudio para o MATLAB e como calcular sua energia. Como dito anteriormente, este texto não pretende ser uma análise teórica completa, mas antes um pequeno tutorial de como isto pode ser feito.

Referências

- [1] LATHI B P. Sinais e Sistemas. In: LATHI. **Sinais e Sistemas Lineares**. 2ª ed. Porto Alegre: BOOKMAN, 2007. Capítulo 1