Colégio Naval 2003 (prova verde)

01) Analise as seguintes afirmativas sobre um sistema S se duas equações do primeiro grau com duas incógnitas X e Y .
I - S sempre terá ao menos uma solução, se os seus termos independentes são iguais a zero .
II - SE a razão entre os coeficientes de X for igual a dos de Y , S terá infinitas soluções .
III - Se a razão entre os coeficientes de X for diferente da dos de Y , S terá apenas uma solução

Assinale a alternativa correta.

(A) Apenas a afirmativa I é verdadeira.
(B) Apenas a afirmativa II é verdadeira.
(C) Apenas a afirmativa III é verdadeira.
(D) Apenas a s afirmativas I e III são verdadeiras.
(E) As afirmativas I , II e III são verdadeiras .

Solução:

$$\begin{cases} a_1x + b_1x = c_1 \\ a_2x + b_2x = c_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1x + b_1x = 0 \\ a_2x + b_2x = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{sistema linear homogênio}$$

Todo Sistema Linear Homogênio, apresenta pelo menos a solução trivial, isto é,
S = $(0,0)$ assim nunca será incompatível.

(I) $\Rightarrow$ CORRETA

$(II) \Rightarrow \dfrac{a_1}{b_1} = \dfrac{a_2}{b_2}$, falso para termos infinitas soluções, teriamos que ter $\dfrac{a_1}{b_1} = \dfrac{a_2}{b_2} = \dfrac{c_2}{c_2}$,

Logo (II) $\Rightarrow$ FALSA

(III) $\Rightarrow \dfrac{a_1}{b_1} \neq \dfrac{a_2}{b_2}$, *Logo* (II) $\Rightarrow$ CORRETA

Alternativa D

02) Quantas raízes reais tem a equação raiz de $\sqrt{x+20} = x$?
(A) Nenhuma. (B) Uma. (C) Duas, as quais são positivas.
(D) Duas, as quais são negativas. (E) Duas, a quais têm sinais opostos .

Solução:

$$\sqrt{x+20} = x \Rightarrow \left(\sqrt{x+20}\right)^2 = x^2 \Rightarrow x + 20 = x^2 \Rightarrow x^2 - x - 20 = 0$$

$$\Rightarrow S = 1 \text{ e } P = -20 \Rightarrow x_1 = 5 \text{ e } x_2 = -4$$

Verificando-se as respostas vemos que $x_2 = -4$ não serve, pois, por convenção $\sqrt{\ }$ respresenta a a raiz quadrada positiva.

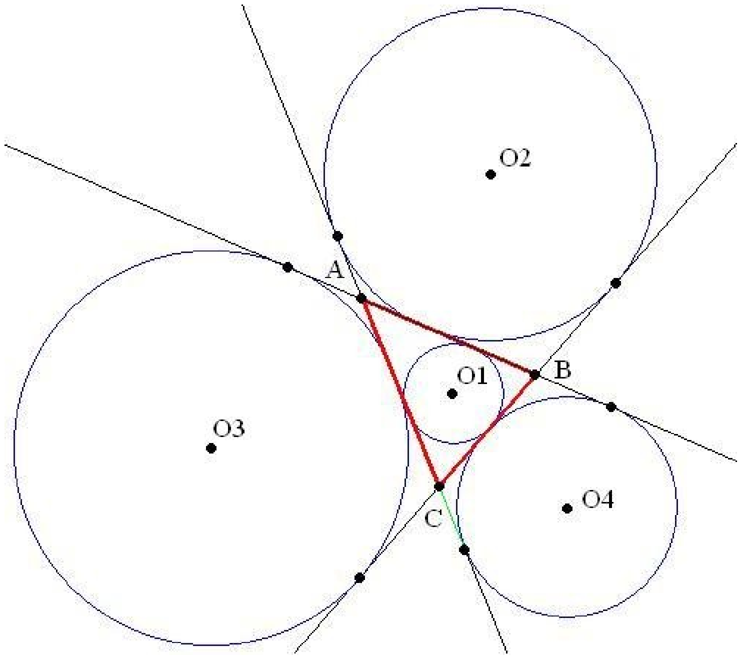
Logo x = 5

Alternativa B

Prof. Carlos Loureiro
Formado Matemática -UFF – Niterói/RJ
Curso de Capacitação Permanente para Professores de Matemática do Ensino Médio no IMPA
Promovido pela FAPERJ – SBM – IMPA
PÓS Graduando UFRJ - Ensino da Matemática
PÓS Graduando UFF - Novas Tecnologias no Ensino da Matemática
professorcarlosloureiro@hotmail.com
(21) 8518-7006

03) Quantos são os pontos de um plano α que estão eqüidistantes das três retas suportes dos lados de um triângulo **ABC** contido em α ?

(A) Um. (B) Dois. (C) Três. (D) quatro. (E) cinco.



Resolução:

Observando a figura acima, temos:

a) O1 É O INCENTRO;

b) O2, O3 e O4 SÃO OS TRÊS EX-INCENTROS.

Alternativa D

04) Se o número natural expresso por $a^2 - b^2,\ b \neq 0$, é primo , então **a** é

(A) o antecedente de b. (B) o conseqüente de **b**. (C) múltiplo de **b**.

(D) divisor de **b**. (E) um número par .

Solução:

$a^2 - b^2 = (a+b)\times(a-b)$, como $b \neq 0 \Rightarrow a \neq 0$, se não $(a-b)$ seria negativo.

Logo $(a+b)=1$ ou $(a-b)=1$

De $(a+b)=1 \Rightarrow a = 1-b$, não serve, pois, "$a$" seria negativo.

De $(a-b)=1 \Rightarrow a = b+1$

Logo "a" é o consequênte de b.

Alternativa B

Prof. Carlos Loureiro
Formado Matemática -UFF – Niterói/RJ
Curso de Capacitação Permanente para Professores de Matemática do Ensino Médio no IMPA
Promovido pela FAPERJ – SBM – IMPA
PÓS Graduando UFRJ - Ensino da Matemática
PÓS Graduando UFF - Novas Tecnologias no Ensino da Matemática
professorcarlosloureiro@hotmail.com
(21) 8518-7006

05) Se m.m.c $(x, y) = 2^3 . 3^3 . 5^2 .7$ e m.d.c $(x, y) = 2^3 . 3^2 .5$, x e y números naturais ,quantos são os valores possíveis para x ?

(A) 16 (B) 8 (C) 6 (D) 4 (E) 2

Solução:

O m.m.c $(X,Y) = 2^3\times3^3\times5^2\times7$ e o m.d.c $(X,Y) = 2^3\times3^2\times5$

O m.m.c de dois ou mais números é igual ao produto dos fatores comuns e não comuns elevados aos maiores expoentes.

O m.d.c de dois ou mais números é igual ao produto dos fatores comuns elevados aos menores expoentes.

Assim X é da forma X = $\underbrace{2^{\alpha}\times3^{\beta}\times5^{\varphi}}_{\text{fatores comuns}}\times7^{\theta}$ onde pelo m.m.c (X,Y) e m.d.c (X,Y)

temos :

$$\begin{cases} a)\ \alpha = 3 \\ b)\ \beta \in \{2,\ 3\} \\ c)\ \varphi \in \{1,\ 2\} \\ d)\ \theta \in \{0,\ 1\} \end{cases} \Rightarrow \underbrace{\overset{\alpha}{\boxed{1}}\times\overset{\beta}{\boxed{2}}\times\overset{\varphi}{\boxed{2}}\times\overset{\theta}{\boxed{2}}}_{possibilidades} \Rightarrow 1\times2\times2\times2 = 8 \text{ valores}$$

Alternativa B

06) Um certo líquido aumenta o seu volume em 15% , ao ser congelado. Quantos mililitros desse líquido deve-se colocar, no máximo, em um recipiente de 230 mililitros, sabendo-se que este não sofre qualquer alteração da sua capacidade nesse processo?

(A) 195,5 (B) 200 (C) 205 (D) 210 (E) 215

1ª SOLUÇÃO:

230 ml __________ 115%

V ml __________ 100%

$$\Rightarrow V = \frac{230\text{ ml}\times100\%}{115\%} \Rightarrow V = \frac{\overset{2}{\cancel{230}}\text{ ml}\times100\cancel{\%}}{\cancel{115}\cancel{\%}} \Rightarrow V = 200\text{ ml}$$

2ª SOLUÇÃO:

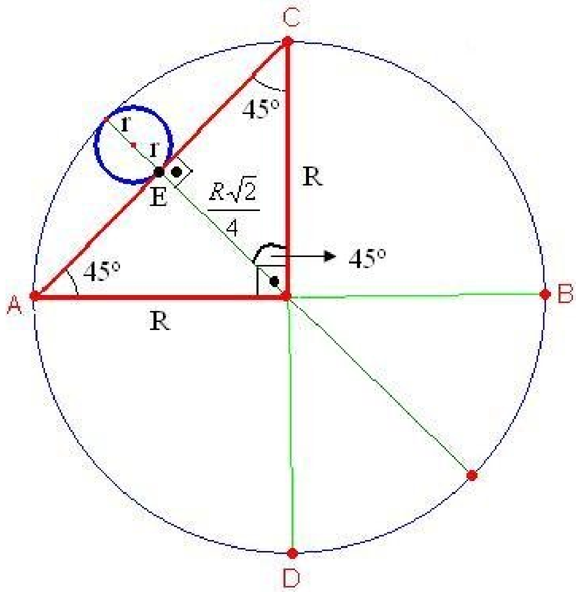
$$V \times 1{,}15 = 230 \Rightarrow V = \frac{230}{1{,}15} \Rightarrow V = \frac{\overset{2}{\cancel{230}}00}{\cancel{115}} \Rightarrow V = 200\text{ ml}$$

Alternativa B

Prof. Carlos Loureiro
Formado Matemática -UFF – Niterói/RJ
Curso de Capacitação Permanente para Professores de Matemática do Ensino Médio no IMPA
Promovido pela FAPERJ – SBM – IMPA
PÓS Graduando UFRJ - Ensino da Matemática
PÓS Graduando UFF - Novas Tecnologias no Ensino da Matemática
professorcarlosloureiro@hotmail.com
(21) 8518-7006

07) Considere uma circunferência λ de raio R e diâmetros perpendiculares AB e CD. O raio da menor circunferência tangente interiormente à λ e à corda AC, no seu ponto médio, é dado por

(A) $\frac{R}{4}$ (B) $\frac{R\sqrt{2}}{4}$ (C) $\frac{R\left(2-\sqrt{2}\right)}{4}$ (D) $\frac{R\left(\sqrt{2}+1\right)}{4}$ (E) $\frac{R}{6}$



Utilizando a figura acima, temos:

$$2r + \frac{R\sqrt{2}}{2} = R \Rightarrow 2r = R - \frac{R\sqrt{2}}{2} \Rightarrow 2r = \frac{2R - R\sqrt{2}}{2} \Rightarrow r = \frac{R\cdot\left(2-\sqrt{2}\right)}{4}$$

Alternativa C

Prof. Carlos Loureiro
Formado Matemática -UFF – Niterói/RJ
Curso de Capacitação Permanente para Professores de Matemática do Ensino Médio no IMPA
Promovido pela FAPERJ – SBM – IMPA
PÓS Graduando UFRJ - Ensino da Matemática
PÓS Graduando UFF - Novas Tecnologias no Ensino da Matemática
professorcarlosloureiro@hotmail.com
(21) 8518-7006

08) O resultado da divisão de 7^{12} por 6, é um número
(A) inteiro.(B) com parte decimal finita.
(C) com parte decimal infinita periódica simples.
(D) com parte decimal infinita periódica composta.
(E) com parte decimal infinita e não-periódica.
SOLUÇÃO:

$7 \div 6 \Rightarrow$ resto 1

$7^2 \div 6 \Rightarrow$ resto 1

$7^3 \div 6 \Rightarrow$ resto 1

e assim por diante

$7^{12} \div 6 \Rightarrow$ resto 1

Logo $7^{12} = 6 \times q + 1 \Rightarrow$ se continuarmos a divisão, então:

Temos que dividir o resto por seis, isto é, $\frac{1}{6} = \frac{1}{2 \times 3} = 1{,}1666...$

Logo temos uma Dízima Periódica Composta.

Alternativa D

09) O resto da divisão de $5^{131} + 7^{131} + 9^{131} + 15^{131}$ por 12 é igual a
(A) 0 (B) 2 (C) 7 (D) 9 (E) 11

1ª SOLUÇÃO - Utilizando o fato que $a^n + b^n$ é divisível por a + b se "n" é ímpar, temos:
Observando que 5 + 7 = 12 e 9 + 15 = 24 (divisível por 12)

Temos que $(5^{131} + 7^{131}) \div \underbrace{(5+7)}_{12}$ e $(9^{131} + 15^{131}) \div \underbrace{(9+15)}_{24}$

Assim $(5^{131} + 7^{131} + 9^{131} + 15^{131})$ é divisível por 12,
Daí o resto é zero.

Prof. Carlos Loureiro
Formado Matemática -UFF – Niterói/RJ
Curso de Capacitação Permanente para Professores de Matemática do Ensino Médio no IMPA
Promovido pela FAPERJ – SBM – IMPA
PÓS Graduando UFRJ - Ensino da Matemática
PÓS Graduando UFF - Novas Tecnologias no Ensino da Matemática
professorcarlosloureiro@hotmail.com
(21) 8518-7006

2ª SOLUÇÃO:

$5 \div 12 \Rightarrow$ resto 5

$\underbrace{5^2}_{25} \div 12 \Rightarrow$ resto 1

$\underbrace{5^3}_{125} \div 12 \Rightarrow$ resto 5

$\underbrace{5^4}_{625} \div 12 \Rightarrow$ resto 1

Logo se o expoente é ímpar o resto é 5, se o expoente é par o resto é 1.

Então $5^{131} \div 12 \Rightarrow$ resto 5

$7 \div 12 \Rightarrow$ resto 7

$\underbrace{7^2}_{49} \div 12 \Rightarrow$ resto 1

$\underbrace{7^3}_{343} \div 12 \Rightarrow$ resto 7

$\underbrace{7^4}_{2401} \div 12 \Rightarrow$ resto 1

Logo se o expoente é ímpar o resto é 7, se o expoente é par o resto é 1,

Então $7^{131} \div 12 \Rightarrow$ resto 7

$9 \div 12 \Rightarrow$ resto 9

$\underbrace{9^2}_{81} \div 12 \Rightarrow$ resto 9

$\underbrace{9^3}_{729} \div 12 \Rightarrow$ resto 9

Logo o resto é 9 sempre.

Então $9^{131} \div 12 \Rightarrow$ resto 9

$15 \div 12 \Rightarrow$ resto 3

$\underbrace{15^2}_{225} \div 12 \Rightarrow$ resto 11

$\underbrace{15^3}_{3375} \div 12 \Rightarrow$ resto 3

$\underbrace{15^4}_{50625} \div 12 \Rightarrow$ resto 11

Logo se o expoente é ímpar o resto é 3, se o expoente é par o resto é 11.

Então $15^{131} \div 12 \Rightarrow 0$ resto 3

Logo o resto da divisão de $5^{131} + 7^{131} + 9^{131} + 15^{131}$ por 12 é o mesmo que o da divisão dos restos encontrados por 12, isto é:

$$5^{131} + 7^{131} + 9^{131} + 15^{131} \div 12 \Rightarrow \underbrace{(5+7+9+3)}_{=24} \div 12 \text{ resto } 0$$

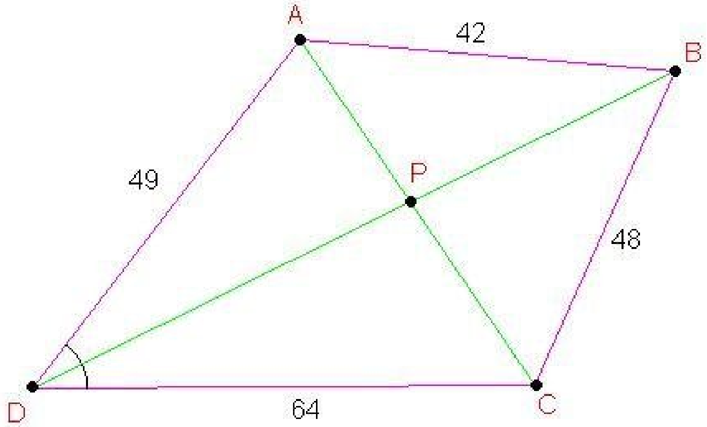
Alternativa A

Prof. Carlos Loureiro
Formado Matemática -UFF – Niterói/RJ
Curso de Capacitação Permanente para Professores de Matemática do Ensino Médio no IMPA
Promovido pela FAPERJ – SBM – IMPA
PÓS Graduando UFRJ - Ensino da Matemática
PÓS Graduando UFF - Novas Tecnologias no Ensino da Matemática
professorcarlosloureiro@hotmail.com
(21) 8518-7006

10) Num quadrilátero ABCD tem-se : AB = 42, BC = 48, CD = 64, DA= 49 e P é o ponto de interseção entre as diagonais AC e BD. Qual é a razão entre os segmentos PA e PC, sabendo-se que a diagonal BD é igual a 56 ?

(A) 7/8 (B) 8/7 (C) 7/6 (D) 6/7 (E) 49/64

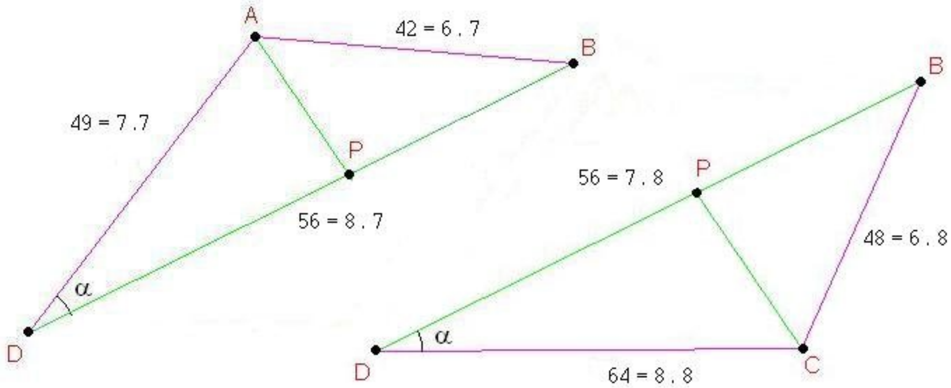
De acordo com o enunciado podemos desenhar o quadrilátero abaixo:



Observando os triângulos ABD e BCD, temos:

$$\begin{cases} \dfrac{DA}{DB} = \dfrac{49}{56} = \dfrac{\cancel{7}\times 7}{\cancel{7}\times 8} = \dfrac{7}{8} \\ \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{42}{48} = \dfrac{\cancel{6}\times 7}{\cancel{6}\times 8} = \dfrac{7}{8} \Rightarrow \dfrac{DA}{DB} = \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{DB}{DC} \text{ logo } \Delta\text{ ABD} \sim \Delta\text{ BCD} \\ \dfrac{DB}{DC} = \dfrac{56}{64} = \dfrac{\cancel{8}\times 7}{\cancel{8}\times 8} = \dfrac{7}{8} \end{cases}$$

Em particular os ângulos ADB e BDC são congruentes.



Assim, observando o triângulo ADC, vemos que podemos usar o teorema da bissetriz interna, isto é:

$$\frac{AD}{PA} = \frac{DC}{PC} \Rightarrow \frac{PA}{PC} = \frac{AD}{DC} = \frac{49}{64}$$

Alternativa E

Prof. Carlos Loureiro
Formado Matemática -UFF – Niterói/RJ
Curso de Capacitação Permanente para Professores de Matemática do Ensino Médio no IMPA
Promovido pela FAPERJ – SBM – IMPA
PÓS Graduando UFRJ - Ensino da Matemática
PÓS Graduando UFF - Novas Tecnologias no Ensino da Matemática
professorcarlosloureiro@hotmail.com
(21) 8518-7006

11) Um fabricante observou que tem condições de aumentar, mensalmente, a sua produção em 1/5 da produção do mês anterior. Considerando a condição dada, se, em janeiro de 2004, a sua produção for P, em que mês desse mesmo ano a sua produção será, pela primeira vez, maior ou igual a 2P?

(A) Abril. (B) Maio. (C) Junho. (D) Julho. (E) Agosto.

Solução: (1ª SOLUÇÃO)

Janeiro ___________ P

Fevereiro ___________ $P + P \times \frac{1}{5} = P \times \left(1+\frac{1}{5}\right) = P \times \frac{6}{5}$

Março ___________ $P \times \frac{6}{5} + P \times \frac{6}{5} \times \frac{1}{5} = P \times \left(\frac{6}{5}+\frac{6}{25}\right) = P \times \left(\frac{30+6}{25}\right) = P \times \frac{36}{25}$

Abril ___________ $P \times \frac{36}{25} + P \times \frac{36}{25} \times \frac{1}{5} = P \times \left(\frac{36}{25}+\frac{36}{125}\right) = P \times \left(\frac{180+36}{125}\right) = P \times \frac{216}{125}$

Maio ___________ $P \times \frac{216}{125} + P \times \frac{216}{125} \times \frac{1}{5} = P \times \left(\frac{216}{125}+\frac{216}{625}\right) = P \times \left(\frac{1080+216}{625}\right) =$

$P \times \frac{1296}{625} > P \times \frac{1250}{625} = P \times 2$

(2ª SOLUÇÃO):

Janeiro ___________ P

Fevereiro ___________ 1,2 P

Março ___________ $1{,}2 \times 1{,}2\ P = 1{,}44\ P$

Abril ___________ $1{,}2 \times 1{,}44\ P = 1{,}728\ P$

Maio ___________ $1{,}2 \times 1{,}728\ P = 2{,}0736\ P$

Alternativa B

Prof. Carlos Loureiro
Formado Matemática -UFF – Niterói/RJ
Curso de Capacitação Permanente para Professores de Matemática do Ensino Médio no IMPA
Promovido pela FAPERJ – SBM – IMPA
PÓS Graduando UFRJ - Ensino da Matemática
PÓS Graduando UFF - Novas Tecnologias no Ensino da Matemática
professorcarlosloureiro@hotmail.com
(21) 8518-7006

12 Dada a equação do 2° grau na incógnita $\boldsymbol{X}$: $4\boldsymbol{X}^2 + k\boldsymbol{X} + 3 = 0$. Quantos são os valores inteiros possíveis do parâmetro k ,tais que essa equação só admita raízes racionais ?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6 (E) 8

Antes de resolver essa questão, vamos enunciar um teorema, mas não vamos demonstrá-lo.

Toda equação do segundo grau da forma $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 1$, em que as raízes sejam números racionais, podemos resolvê-la formando uma nova equação com a seguinte forma $y^2 + bx + ac = 0$, onde $x_1 = \dfrac{y_1}{a}$ e $x_2 = \dfrac{y_2}{a}$.

Obs.: Com essa nova equação podemos resolver a equação um, resolvendo a equação dois usando a Soma e o produto das raízes.

Exemplo :

$2x^2 - 17x + 8 = 0$, fazendo a transformação, temos:

$y^2 - 17y + 8 \times 2 = 0 \Rightarrow y^2 - 17y + 16 = 0 \Rightarrow Soma = 17$ e o Produto = 16

$\Rightarrow y_1 = 1$ e $y_2 = 16 \Rightarrow x_1 = \dfrac{1}{2}$ e $x_2 = \dfrac{y_2}{a} = \dfrac{16}{2} = 8$

Obs.: *P*odíamos resolver a equação anterior usando o fato que a + b + c = 0

$\Rightarrow y_1 = 1$ e $y_2 = \text{Produto} = \dfrac{c}{a}$.

Feito isso, vamos ao problema, isto é, a equação:

$4X^2 + KX + 3 = 0 \Rightarrow y^2 + Ky + 3 \times 4 = 0 \Rightarrow y^2 + Ky + 12 = 0$

Temos que a Soma = $-$ K e o Produto = 12 (K = $-$*Soma*).

Para o produto dá 12, temos as seguintes possibilidades:

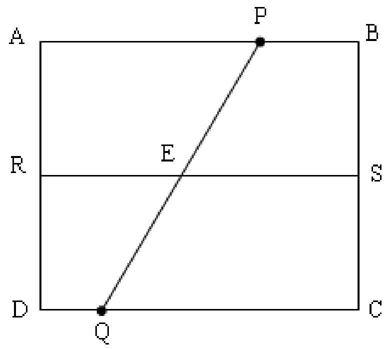
$$\begin{cases} a)\ y_1 = 1 \text{ e } y_2 = 12 \Rightarrow b)\ y_1 = -1 \text{ e } y_2 = -12 \Rightarrow K_a = -13 \text{ e } K_b = 13 \\ c)\ y_1 = 2 \text{ e } y_2 = 6 \Rightarrow d)\ y_1 = -2 \text{ e } y_2 = -6 \Rightarrow K_c = -8 \text{ e } K_d = 8 \\ e)\ y_1 = 3 \text{ e } y_2 = 4 \Rightarrow f)\ y_1 = -3 \text{ e } y_2 = -4 \Rightarrow K_e = -7 \text{ e } K_f = 7 \end{cases}$$

Assim temos seis valores possíveis para o parâmetro K.

Alternativa D

Prof. Carlos Loureiro
Formado Matemática -UFF – Niterói/RJ
Curso de Capacitação Permanente para Professores de Matemática do Ensino Médio no IMPA
Promovido pela FAPERJ – SBM – IMPA
PÓS Graduando UFRJ - Ensino da Matemática
PÓS Graduando UFF - Novas Tecnologias no Ensino da Matemática
professorcarlosloureiro@hotmail.com
(21) 8518-7006

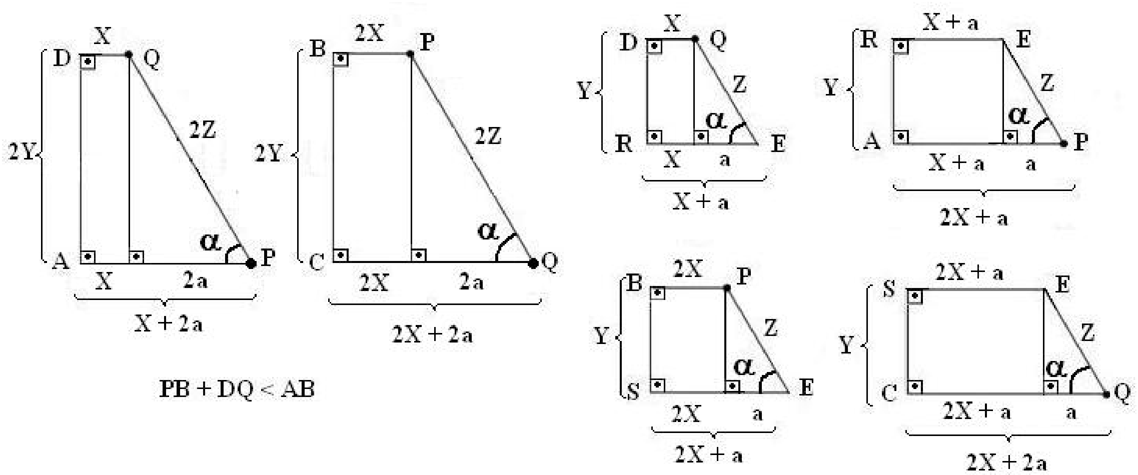
13)



Num quadrado ABCD tem-se os pontos: P, pertencente ao lado AB; Q, pertencente ao lado CD; R, médio de DA; e S, médio de BC. Se PB é o dobro de DQ e E é o ponto de interseção entre PQ e RS, quantos trapézios retângulos semelhantes sempre existirão na figura, sabendo-se que PB + DQ < AB ?

(A) Dois. (B) Três. (C) quatro. (D) cinco. (E) seis.

Conforme o enunciado, podemos montar as figuras abaixo, assim:



Observando as figuras acima, vemos que todos os triângulos formados são semelhantes, para determinar se um trapézio é semelhante a outro, temos que ver a semelhança entre os retângulos formados, fazendo isso podemos notar que os únicos trapézios semelhantes são os trapézios BPQC e DQER.

Alternativa A

Prof. Carlos Loureiro
Formado Matemática -UFF – Niterói/RJ
Curso de Capacitação Permanente para Professores de Matemática do Ensino Médio no IMPA
Promovido pela FAPERJ – SBM – IMPA
PÓS Graduando UFRJ - Ensino da Matemática
PÓS Graduando UFF - Novas Tecnologias no Ensino da Matemática
professorcarlosloureiro@hotmail.com
(21) 8518-7006

14) Analise as afirmativas abaixo , onde **A** e **B** são números reais .

I - $\sqrt{a^2}+\sqrt{b^2}=\sqrt{(a+b)^2}$

II - $\sqrt{a^2}.\sqrt{b^2}=\sqrt{(a.b)^2}$

III - $\sqrt{a^2}/\sqrt{b^2}=\sqrt{(a+b)^2}, b\neq 0$

Assinale a alternativas correta .

(A) As afirmativas I , II e III são sempre verdadeiras .
(B) Apenas a afirmativa I é sempre verdadeira.
(C) Apenas as afirmativas I e II são sempre verdadeiras.
(D) Apenas as afirmativas I e III são sempre verdadeiras.
(E) Apenas as afirmativas II e III são sempre verdadeiras.

Solução:

I) $\sqrt{a^2}+\sqrt{b^2}=\sqrt{(a+b)^2} \Rightarrow$ Contra-exemplo sejam a = 3 e b = -3

$\Rightarrow \sqrt{3^2}+\sqrt{(-3)^2}=\sqrt{9}+\sqrt{9}=3+3=6$

$\sqrt{(3-3)^2}=\sqrt{0}=0$ Falso.

II) $\sqrt{a^2}.\sqrt{b^2}=\sqrt{a^2\times b^2}=\sqrt{(a\times b)^2}$ Correto

III) $\sqrt{a^2}\div\sqrt{b^2}=\sqrt{a^2\div b^2}=\sqrt{(a\div b)^2}$ Correto

Alternativa E

15) Dada a equação : $(X^2+1)^2+(X^2+3X-17)^2=0$, pode-se afirmar que, no universo dos números reais, o seu conjunto solução

(A) é vazio. (B) tem apenas um elemento. (C) tem apenas dois elementos.
(D) tem apenas três elementos. (E) tem apenas quatro elementos .

Solução:

Observe que:

$a)\ x^2+1>0 \Rightarrow (x^2+1)^2>0$ é sempre maior do que zero para qualquer valor de x.

$b)\ x^2+3x-17=0$ (para dois valores reais de x, mais) $\Rightarrow (x^2+3x-17)^2\geq 0$ para qualquer valor de x.

Assim, podemos concluir que $(x^2+1)^2+(x^2+3x-17)^2>0$ para qualquer valor de x

Alternativa A

Prof. Carlos Loureiro
Formado Matemática -UFF – Niterói/RJ
Curso de Capacitação Permanente para Professores de Matemática do Ensino Médio no IMPA
Promovido pela FAPERJ – SBM – IMPA
PÓS Graduando UFRJ - Ensino da Matemática
PÓS Graduando UFF - Novas Tecnologias no Ensino da Matemática
professorcarlosloureiro@hotmail.com
(21) 8518-7006

16) No estudo de ciências , item "Gases Perfeitos ", tem-se a seguinte fórmula : $\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$, onde P_1 , V_1 e T_1 são , respectivamente , as condições de pressão ,volume e temperatura de um gás perfeito num primeiro estado ; e P_2 , V_2 e T_2 num segundo estado . Considerando a fórmula dada ,analise as afirmativas abaixo .

I - Pressão e volume são diretamente proporcionais .
II - Pressão e temperatura são diretamente proporcionais .
III - Volume e temperatura são inversamente proporcionais .

Assinale a alternativa correta.

(A) As afirmativas I, II e III são falsas .
(B) Apenas a afirmativa I é falsa .
(C) Apenas a afirmativa II é falsa.
(D) Apenas a afirmativa III é falsa.
(E) Apenas as afirmativas I e III são falsas .

Obs.: a) Duas grandezas estão em proporção direta quando a RAZÃO entre elas é uma constante.
b) Duas grandezas estão em proporção inversa quando o PRODUTO entre elas é uma constante.

A chamada Lei dos Gases Perfeitos ou Lei de Boyle - Mariotte.
Nas Condições Normais de Temperatura e Pressão (CNTP), temos:
I) Transformação Isotérmica
Se $T_1 = T_2 \Rightarrow P_1 \times V_1 = P_2 \times V_2 = cte \Rightarrow$ São inversamente proporcionais. (FALSO)
II) Transformação Isométrica
Se $V_1 = V_2 \Rightarrow \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} = cte \Rightarrow$ São diretamente proporcionais. (CORRETO)
III) Transformação Isobárica
Se $P_1 = P_2 \Rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} = cte \Rightarrow$ São diretamente proporcionais. (FALSO)

Alternativa E

Prof. Carlos Loureiro
Formado Matemática -UFF – Niterói/RJ
Curso de Capacitação Permanente para Professores de Matemática do Ensino Médio no IMPA
Promovido pela FAPERJ – SBM – IMPA
PÓS Graduando UFRJ - Ensino da Matemática
PÓS Graduando UFF - Novas Tecnologias no Ensino da Matemática
professorcarlosloureiro@hotmail.com
(21) 8518-7006

17) O conjunto dos trinta talheres de uma certa casa é constituído de garfos, facas e colheres, de aço inoxidável e aço comum .Sabe-se que

— existem cinco facas ,seis garfos e sete colheres ,todos de aço comum .

— o número total de garfos é o dobro do número de facas de aço inoxidável.

— o número de facas de aço inoxidável excede o número de colheres desse mesmo tipo de aço em duas unidades .

Quantas colheres tem esse conjunto de talheres?

(A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 (E) 14

Do enunciado podemos montar a tabela abaixo:

	GARFOS	FACAS	COLHERES	TOTAL
AÇO COMUM	6	5	7	18
AÇO INOX	X	Y	Z	12

$$\begin{cases} \text{I) } 6 + x = 2y \Rightarrow x = 2y - 6 \\ \text{II) } y = z + 2 \Rightarrow z = y - 2 \\ \text{III) } x + y + z = 12 \end{cases}$$

Pondo I e II em III, temos:

$$2y - 6 + y + y - 2 = 12 \Rightarrow 4y = 12 + 6 + 2 \Rightarrow 4y = 20 \Rightarrow y = \frac{20}{4} \Rightarrow y = 5$$

Como z = y - 2 $\Rightarrow$ z = 5 - 2 $\Rightarrow$ z = 3

Daí o número de colheres é igual a 7 + 3 = 10

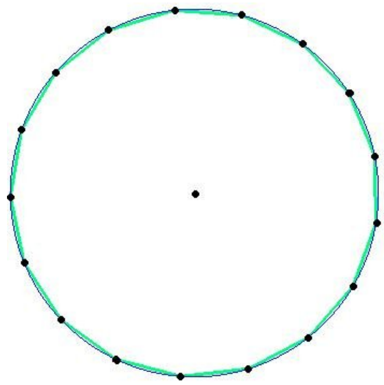
Alternativa A

Prof. Carlos Loureiro
Formado Matemática -UFF – Niterói/RJ
Curso de Capacitação Permanente para Professores de Matemática do Ensino Médio no IMPA
Promovido pela FAPERJ – SBM – IMPA
PÓS Graduando UFRJ - Ensino da Matemática
PÓS Graduando UFF - Novas Tecnologias no Ensino da Matemática
professorcarlosloureiro@hotmail.com
(21) 8518-7006

18) Um estudante foi calculando o lado do polígono regular de 2n lados , inscrito em uma circunferência de raio 10 centímetros ,para n sucessivamente igual a 6, 12, 24, 48, 96, etc. Após determinar cada lado, calculou o perímetro p do respectivo polígono, e observou que p é um número cada vez mais próximo, porém menor que

(A) 60 (B) 61 (C) 62 (D) 63 (E) 64

Quanto maior o número de lados de um polígono regular inscrito em uma circunferência C, mais próximo o seu perímetro estará do comprimento da circunferência $C = 2\pi R$, porem esse valor nunca será maior.



Assim calculando o comprimento de C = 2πR, para R =10

$\Rightarrow C = 2\times 3{,}14\times 10 \Rightarrow C = 6{,}28\times 10 \Rightarrow C = 62{,}8$ cm

Desse modo temos duas respostas possíveis, isto é, as alternativas D e E estão CORRETAS.

19) Seja os polinômios $P = X^2 + 4X$ e $Q = X^2 + (3K - 1)X$. Se a razão entre *P* e *Q* é diferente de 1, necessariamente

(A) $K \neq \frac{5}{3}$ (B) $K \neq \frac{3}{5}$ (C) $K \neq \frac{4}{3}$ (D) $K \neq \frac{3}{4}$ (E) $k \neq 1$

Solu*ção* :

$$\frac{P}{Q} = \frac{x^2+4x}{x^2+(3k-1)x} \Rightarrow \frac{P}{Q} = \frac{\cancel{x}\cdot(x+4)}{\cancel{x}\cdot(x+3k-1)} \Rightarrow \frac{P}{Q} = \frac{(x+4)}{(x+3k-1)}$$

Como queremos que $\frac{P}{Q} \neq 1$

Vamos supor que $\frac{P}{Q} = 1 \Rightarrow \frac{P}{Q} = \frac{(x+4)}{(x+3k-1)} = 1 \Rightarrow \cancel{x} + 4 = \cancel{x} + 3k - 1$

$$\Rightarrow 4 = 3k - 1 \Rightarrow 3k = 4 + 1 \Rightarrow 3k = 5 \Rightarrow k = \frac{5}{3}$$

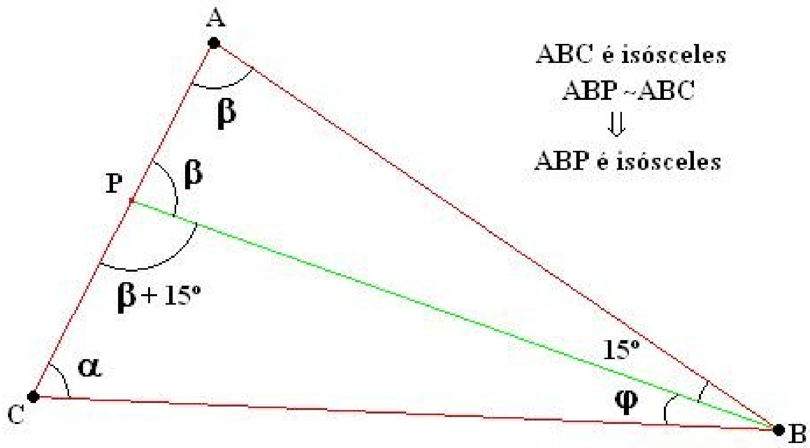
Logo $k \neq \frac{5}{3}$

Alternativa A

Prof. Carlos Loureiro
Formado Matemática -UFF – Niterói/RJ
Curso de Capacitação Permanente para Professores de Matemática do Ensino Médio no IMPA
Promovido pela FAPERJ – SBM – IMPA
PÓS Graduando UFRJ - Ensino da Matemática
PÓS Graduando UFF - Novas Tecnologias no Ensino da Matemática
professorcarlosloureiro@hotmail.com
(21) 8518-7006

20) Num triângulo acutângulo isósceles ABC, o segmento BP, P interno ao segmento AC, forma com o lado BA um ângulo de 15 °. Quanto mede o maior ângulo de PBC, sabendo que os triângulos ABP e ABC são semelhantes ?

(A) 65,5°   (B) 82,5°   (C) 97,5°   (D) 135°   (E) 150°



Solução : De acordo com o enunciado os triângulos ABC e ABP são semelhantes e alem disso o triângulo ABC é isósceles, assim podemos concluir:

A) Que o triângulo ABP é isósceles,

B) Como ABC é acutângulo temos que ABP também o é,

C) Como o ângulo ABP é igual a 15º, temos que os ângulos BAP e APB são congruentes, se não o triângulo ABP seria obtusângulo.

Assim de (A), (B) e (C), temos:

$$\beta + \beta + 15^\circ = 180^\circ \Rightarrow 2\beta = 180^\circ - 15^\circ \Rightarrow 2\beta = 165^\circ \Rightarrow \beta = \frac{165^\circ}{2} = 82{,}5^\circ.$$

Como $\beta = \alpha + \varphi \Rightarrow \beta + 15^\circ$ é o maior ângulo do triângulo PBC, assim

$\Rightarrow \beta + 15^\circ = 82{,}5^\circ + 15^\circ = 97{,}5^\circ$

Alternativa C

Prof. Carlos Loureiro
Formado Matemática -UFF – Niterói/RJ
Curso de Capacitação Permanente para Professores de Matemática do Ensino Médio no IMPA
Promovido pela FAPERJ – SBM – IMPA
PÓS Graduando UFRJ - Ensino da Matemática
PÓS Graduando UFF - Novas Tecnologias no Ensino da Matemática
professorcarlosloureiro@hotmail.com
(21) 8518-7006