CURSO MENTOR

Soluções Comentadas Matemática

Processo Seletivo de Admissão às Escolas de Aprendizes-Marinheiros

Versão 8.5

05/05/2011

Este material contém soluções comentadas das questões de matemática das provas de admissão às Escolas de Aprendizes-Marinheiros do ano de 2004 até o ano de 2011.

Agradecimentos

Agradeço à Deus por me capacitar e me dar saúde para continuar no meu caminho, à minha esposa e a minha filha, por me darem apoio e suporte e aos meus pais por terem investido na minha educação.

Aos leitores

Que cada um possa aproveitar ao máximo este material e que ele os ajude na conquista de seus objetivos.

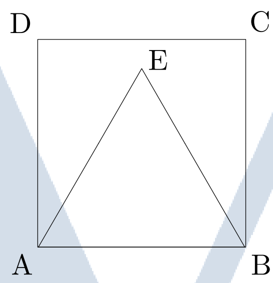
"O conhecimento é o único bem que quanto mais se divide, mais se multiplica."

Soluções das Questões de Matemática do Processo Seletivo de Admissão à Escola de Aprendizes-Marinheiros – PSAEAM

Concurso 2011

Questão 1

Observe a figura abaixo.



Na figura apresentada, ABCD é um quadrado e ABE é um triângulo equilátero. Nestas é correto afirmar que o triângulo AED é

(A) retângulo em E

(B) escaleno e com ângulo $A\hat{E}D = 60°$

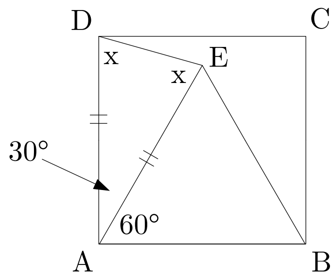
(C) isósceles e com ângulo $A\hat{E}D = 75°$

(D) acutângulo e com ângulo $A\hat{E}D = 65°$

(E) obtusângulo e com ângulo $A\hat{E}D = 105°$

Solução:

Sabemos que ABE é um triângulo equilátero, logo $E\hat{A}B$ vale 60° e $E\hat{A}D$ vale 30°, pois ABCD é um quadrado. Como do enunciado $\overline{AD} \equiv \overline{AE}$ (são congruentes), ADE é isósceles como mostra a figura abaixo:



Como a soma dos ângulos internos de um triângulo vale 180°:

$$30° + x + x = 180°$$
$$2x = 180° - 30°$$
$$x = 75°$$

Opção C

Questão 2

Somando todos os números inteiros desde -50, inclusive, até 51, inclusive, obtém-se:

(A) -50 (B) -49 (C) 0 (D) 50 (E) 51

Solução:

Queremos calcular a seguinte soma:

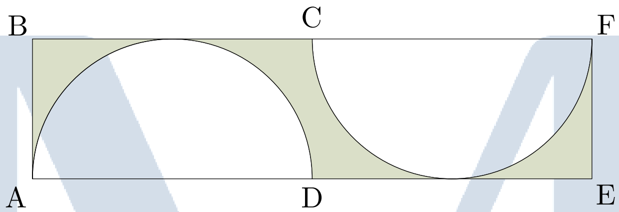
$$(-50)+(-49)+...+0+...+49+50+51$$

Ou seja, só "sobram" **0** e **51**, pois os simétricos se cancelam.

Opção E

Questão 3

Analise a representação a seguir.

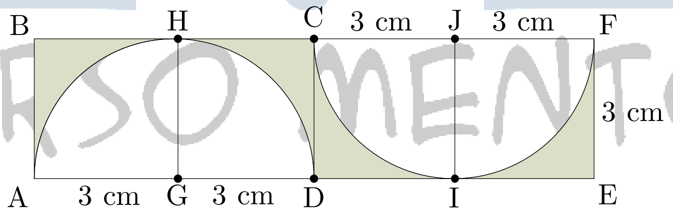


Na figura acima, $AD = CF = 6$ cm são diâmetros de círculos que tangenciam os segmentos de reta BC e DE, nesta ordem. A área da figura acinzentada, em cm^2, é:

(A) $36-12\pi$
(B) $36-9\pi$
(C) $18-12\pi$
(D) $18-9\pi$
(E) $9-\pi$

Solução:

Traçando os segmentos $\overline{GH}$, $\overline{CD}$ e $\overline{IJ}$, todos paralelos aos lados $\overline{AB}$ e $\overline{EF}$ do retângulo temos a figura abaixo:



Agora basta fazer a área do retângulo subtraída da área de um círculo (duas metades de círculo) de raio 3 cm:

$$S = 12\times3-\pi\cdot3^2 \Rightarrow S = 36-9\pi \text{ cm}^2$$

Opção B

Observação: O problema **não** diz que **C** e **D** estão na mesma perpendicular, entretanto, não haverá opção de resposta se isso acontecer.

Questão 4

Sabendo que o número 3045<u>**X**</u>8 é divisível por 3, a soma de todos os valores que <u>**X**</u> pode assumir é:

(A) 12 (B) 11 (C) 10 (D) 9 (E) 8

Solução:

Como o número deve ser divisível por 3 a soma de seus algarismos deve ser da forma ***3k***, onde ***k*** é inteiro e positivo, em outras palavras:

$$3+0+4+5+X+8=3k$$
$$X+20=3k$$

Substituindo os possíveis de k:

$$k=0 \Rightarrow X+20=3\cdot 0 \Rightarrow X=-20$$
$$k=1 \Rightarrow X+20=3\cdot 1 \Rightarrow X=-17$$
$$k=2 \Rightarrow X+20=3\cdot 2 \Rightarrow X=-14$$
$$k=3 \Rightarrow X+20=3\cdot 3 \Rightarrow X=-11$$
$$k=4 \Rightarrow X+20=3\cdot 4 \Rightarrow X=-8$$
$$k=5 \Rightarrow X+20=3\cdot 5 \Rightarrow X=-5$$
$$k=6 \Rightarrow X+20=3\cdot 6 \Rightarrow X=-2$$
$$k=7 \Rightarrow X+20=3\cdot 7 \Rightarrow X=1$$
$$k=8 \Rightarrow X+20=3\cdot 8 \Rightarrow X=4$$
$$k=9 \Rightarrow X+20=3\cdot 9 \Rightarrow X=7$$

Como X está entre **0** e **9** só há **três** valores possíveis para X. A soma destes valores é:

$$1+4+7=12$$

Opção A

Questão 5

Uma prova possui 15 questões de múltipla escolha, tem valor total igual a 10 e cada questão tem o mesmo valor. Se um aluno acerta 6 destas 15 questões, qual a nota desse aluno nessa avaliação?

(A) 4,6 (B) 4,4 (C) 4,2 (D) 4,0 (E) 3,8

Solução:

Basta uma regra de três simples:

Acertos		**Nota**
15	—	10
6	—	x

Colocando em frações:

$$\frac{15}{6}=\frac{10}{x} \Rightarrow x=\frac{60}{15} \Rightarrow x=4$$

Opção D

Questão 6

Elevando-se o polinômio $\frac{7}{11}x^3-\sqrt{5}$ à quinta potência, obtém-se um polinômio cujo grau é:

(A) 3 (B) 8 (C) 12 (D) 15 (E) 21

Solução:

Seja $g(3)$ o grau do polinômio original como elevamos à 5ª potência o novo opolinômio terá grau $g'(3\cdot 5)=g'(15)$.

Uma forma simples de verificar é calcular:

$$\left(\frac{7}{11}x^3-\sqrt{5}\right)^5=\left(\frac{7}{11}x^3-\sqrt{5}\right)\cdot\left(\frac{7}{11}x^3-\sqrt{5}\right)\cdot\left(\frac{7}{11}x^3-\sqrt{5}\right)\cdot\left(\frac{7}{11}x^3-\sqrt{5}\right)\cdot\left(\frac{7}{11}x^3-\sqrt{5}\right)$$

Para facilitar vamos omitir as outras parcelas, pois a maior potência virá do produto de todas as primeiras parcelas de cada binômio:

$$\left(\frac{7}{11}x^3-\sqrt{5}\right)^5=\frac{7}{11}x^3\cdot\frac{7}{11}x^3\cdot\frac{7}{11}x^3\cdot\frac{7}{11}x^3\cdot\frac{7}{11}x^3+\ldots$$

$$\left(\frac{7}{11}x^3-\sqrt{5}\right)^5=\frac{7^5}{11^5}x^{15}+\ldots$$

Opção D

Questão 7

Se $2x+13=4y+9$, então o valor de $6x-6$ é

(A) $12y-18$ (B) $10y-10$ (C) $8y-12$ (D) $6y-10$ (E) $4y-8$

Solução:

Vamos isolar x na equação dada:

$$2x+13=4y+9$$
$$2x=4y+9-13$$
$$x=\frac{4y-4}{2}$$

Multiplicando por 6 ambos os lados da equação:

$$6x=6\cdot\frac{4y-4}{2}$$
$$6x=12y-12$$

Subtraindo 6 de ambos os lados:

$$6x-6=12y-12-6$$
$$6x-6=12y-18$$

Opção A

Questão 8

O resultado da expressão $\sqrt{96+\sqrt{7+\sqrt{81}}}$ é:

(A) 18 (B) 16 (C) 14 (D) 12 (E) 10

Solução:

Seja **E** a expressão dada:

$$E=\sqrt{96+\sqrt{7+\sqrt{81}}}$$

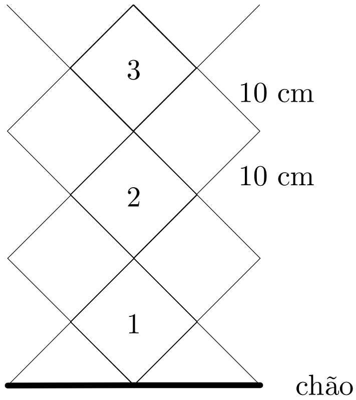
Desenvolvendo:

$$E=\sqrt{96+\sqrt{7+\sqrt{81}}}=\sqrt{96+\sqrt{7+9}}=\sqrt{96+\sqrt{16}}=\sqrt{96+4}=\sqrt{100}=10$$

Opção E

Questão 9

Observe a figura a seguir.



Na figura acima, observa-se a representação de três níveis da grade de uma cerca quadriculada, cujos quadradinhos tem lados de 10 cm. No total, esta cerca, é composta de 20 níveis iguais aos que foram representados acima. Qual a altura aproximada, em metros, dessa cerca de 20 níveis?

Dados: Se necessário, utilize $\sqrt{2} = 1,4$; $\sqrt{3} = 1,7$.

(A) 3,4 (B) 3,1 (C) 2,8 (D) 2,5 (E) 2,2

Solução:

No nível 20 a altura total **h** é a diagonal do quadrado de lado 10 multiplicado por 20. A diagonal de um quadardo de lado l vale $l\sqrt{2}$, então:

$$h = 20 \cdot 10\sqrt{2} \Rightarrow h \cong 200 \cdot 1,41 \Rightarrow h \cong 282,84 \text{ cm}$$

Em metros:

$$h \cong 2,8 \text{ m}$$

Opção C

Questão 10

Dentre as pessoas na sala de espera de um consultório médico, em um determinado momento, uma falou: “Se juntarmos a nós a metade de nós e o médico, seríamos 16 pessoas”. Nesse momento, o número de pessoas aguardando atendimento é:

(A) 5 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 12

Solução:

Seja **x** a quantidade de pessoas na sala de espera. De acordo com enunciado:

$$x + \frac{x}{2} + 1 = 16$$

$$\frac{2x + x}{2} = 16 - 1$$

$$\frac{3x}{2} = 15 \Rightarrow 3x = 30 \Rightarrow x = 10$$

Havia então **10** pessoas na sala de espera.

Opção D

Questão 11

Uma pessoa comprou 350 m de arame farpado para cercar seu terreno que tem a forma de um retângulo de lados 12 m e 30 m. Ao contornar todo o terreno uma vez, a pessoa deu a primeira volta no terreno. Quantas voltas completas, no máximo, essa pessoa pode dar nesse terreno antes de acabar o arame comprado?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Solução:
Vamos calcular o perímetro **2p** do retângulo:

$$2p = 12 + 30 + 12 + 30 \Rightarrow 2p = 84 \text{ m}$$

O número de voltas completas **n** pode ser calculado dividindo-se o comprimento total de arame pelo perímetro:

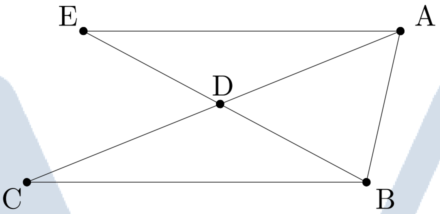
$$n = \frac{350}{84} \Rightarrow n \cong 4{,}167$$

Ou seja, **4** voltas completas.

Opção C

Questão 12

Analise a figura abaixo.



Na figura apresentada, quantos são os triângulos distintos, com vértices em A, B, C, D ou E, e que estão com todos os seus lados representados na figura?

(A) 1 (E) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Solução:
Usando somente os segmentos destacados na figura, temos os seguintes triângulos:

ABC, **ABD**, **BCD**, **ABE**, e **ADE**.

Opção E

Questão 13

O valor da expressão $(0{,}11)^2 + 2 \cdot (0{,}11) \cdot (0{,}89) + (0{,}89)^2$ é

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

Solução:
Sabemos que:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Fazendo $a = 0{,}11$ e $b = 0{,}89$:

$$(0{,}11)^2 + 2 \cdot (0{,}11) \cdot (0{,}89) + (0{,}89)^2 = (0{,}11 + 0{,}89)^2$$

$$(0{,}11)^2 + 2 \cdot (0{,}11) \cdot (0{,}89) + (0{,}89)^2 = (1)^2$$

$$(0{,}11)^2 + 2 \cdot (0{,}11) \cdot (0{,}89) + (0{,}89)^2 = 1$$

Opção B

Questão 14

Observe a resolução de um aluno para a expressão $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + (-2)^2 - 2^2$.

LINHA 1: $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + (-2)^2 - 2^2$

LINHA 2:	$\left(\cancel{2}\right)^{\cancel{2}} + \left(-\cancel{2}\right)^{\cancel{2}} - 2^2$
LINHA 3:	-2^2
LINHA 4:	$-(2 \cdot 2)$
LINHA 5:	-4

Constatou-se acertadamente, que o aluno errou a primeira vez ao escrever a *LINHA*:

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Solução:

Ele errou primeiro na **linha 2** fazendo o cancelamento das duas primeiras parcelas. Ele deveria escrever:

$$4 + 4 - 4 \text{ e não } 4 - 4 - 4$$

Opção B

Questão 15

Uma bicicleta tem a roda da frente com 1m de raio, enquanto a roda da traseira tem a metade do raio da outra. Quando a menor percorrer 1 km, a maior percorrerá

(A) 1,0 km (B) 0,8 km (C) 0,7 km (D) 0,6 km (E) 0,5 km

Solução:

A resolução consiste de uma regra de três simples e **inversa**, relacionada ao comprimento de uma circunferência:

Raio		**Distância**
$2\pi \cdot 1$	—	x
$2\pi \cdot \frac{1}{2}$	—	1 km

Colocando em forma de fração:

$$\frac{2\pi \cdot 1}{2\pi \cdot \frac{1}{2}} = \frac{1}{x} \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 0,5 \text{ km}$$

Opção E

Concurso 2010

Questão 1

Sabendo que 1 ***grosa*** é equivalente a 12 dúzias, é correto afirmar que dez ***grosas*** são equivalentes a quantas unidades?

(A) 1200 (B) 1440 (C) 1500 (D) 1680 (E) 2440

Solução:

Convém lembrar que uma dúzia equivale a 12 unidades e, portanto, 12 dúzias equivalem a 12×12 unidades. Pelos dados do problema, podemos montar a seguinte regra de três simples e direta:

1 grosa	—	12×12 unidades
10 grosas	—	x unidades

Efetuando a multiplicação teremos:

$$x = 10 \cdot 12 \cdot 12$$
$$x = 1440 \text{ unidades}$$

Opção B

Questão 2

Na hora do almoço Leonardo fala aos seus colegas: “Tenho exatamente 20 moedas no bolso, de R$ 0,10 e R$ 0,50, que somam R$ 5,20”. E os desafia: “Quantas moedas de R$ 0,10 eu tenho?”
Quantas moedas de R$ 0,10 Leonardo possui?

(A) 2 (B) 7 (C) 8 (D) 12 (E) 17

Solução:
O problema em questão equivale a um sistema de equações do 1º grau. Seja m_1 o total de moedas de R$ 0,10 e m_5 o total de moedas de R$ 0,50. Então podemos montar as seguintes equações:

$$\text{Total de moedas: } m_1 + m_5 = 20$$

$$\text{Total em dinheiro: } 0,10m_1 + 0,50m_2 = 5,20$$

Isolando m_1 na primeira equação:

$$m_1 = 20 - m_5$$

Substituindo na segunda equação:

$$0,1\underbrace{(20 - m_5)}_{m_1} + 0,5m_5 = 5,20$$

$$2 - 0,1m_5 + 0,5m_5 = 5,20$$

$$0,4m_5 = 3,20$$

$$m_5 = \frac{3,20}{0,4}$$

$$m_5 = 8$$

Voltando a qualquer das equações:

$$m_1 = 20 - 8$$

$$m_1 = 12$$

Opção D

Questão 3

Suponha que uma pessoa corra em uma esteira 4500 m em 900 minutos. Sabendo que a velocidade é a razão do espaço pelo tempo decorrido, determine a velocidade desenvolvida por essa pessoa, supondo que essa velocidade seja constante.

(A) 5,0km/h (B) 2,5km/h (C) 1,5km/h (D) 0,8km/h (E) 0,3 km/h

Solução:
Do próprio enunciado podemos definir a velocidade v como sendo:

$$v = \frac{d}{t} \tag{1.1}$$

Como a velocidade pedida está em km/h precisamos colocar a distância **d** em km e o tempo **t** em horas, assim:

$$d = 4500 \text{ m} \Rightarrow d = 4,5 \text{ km}$$

$$t = 900 \text{ min} \Rightarrow t = \frac{900}{60} \Rightarrow t = 15 \text{ h}$$

Substituindo estes dados na equação (1.1):

$$v = \frac{4,5}{15} \Rightarrow v = \frac{45}{10} \cdot \frac{1}{15} \Rightarrow v = 0,3 \text{ km/h}$$

Opção E

Questão 4

Uma TV em cores de LCD custa, a prazo, R$ 2.300,00. Para pagamento à vista, seu valor é 20% mais barato em relação ao seu preço a prazo. Qual o preço à vista dessa TV?

(A) R$ 4.000,00 (B) R$ 2.100,00 (C) R$ 2.040,00
(D) R$ 1.900,00 (E) R$ 1.840,00

Solução 1:
Podemos fazer a seguinte regra de três simples:

$$\begin{array}{ccc} 2300 & — & 100\% \\ x & — & 80\% \end{array}$$

Efetuando as multiplicações:

$$x \cdot 100\% = 2300 \cdot 80\%$$
$$x = \frac{2300 \cdot 80}{100}$$
$$x = 23 \cdot 80$$
$$x = 1840$$

Solução 2:
Podemos escrever a seguinte equação, onde x representa o preço à vista:

$$x = 2300 - \frac{20}{100} \cdot 2300$$

Resolvendo:

$$x = 2300 - 460$$
$$x = 1840$$

A televisão à vista custa R$ 1.840,00.

Opção E

Questão 5

Se o produto $(x-3)(x+1)$ tem o mesmo resultado de $5x-13$, então o valor de x é sempre:

(A) Par (B) Primo (C) Múltiplo de 5 (D) Múltiplo de 13 (E) Ímpar

Solução:
Como queremos que

$$(x-3)(x+1) = 5x-13$$

Basta resolver esta equação. Então, efetuando a propriedade distributiva do lado esquerdo:

$$x^2 + x - 3x - 3 = 5x - 13$$
$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

Solucionando a equação do segundo grau:

$$\Delta = (-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10$$
$$\Delta = 9$$

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{9}}{2 \cdot 1} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{7+3}{2} \Rightarrow x_1 = 5 \\ x_2 = \dfrac{7-3}{2} \Rightarrow x_2 = 2 \end{cases}$$

O que nos dá $x = 2$ ou $x = 5$. Os dois valores são primos.

Opção B

Questão 6

Seja x, y e z os lados de um triângulo retângulo. Sabendo que y é a medida do maior lado então

(A) $y^2 = x^2 + 2z^2$ (B) $y^2 = 2x^2 + 2z^2$ (C) $2y^2 = x^2 + z^2$ (D) $y^2 = x^2 + z^2$ (E) $y^2 = 2x^2 + z^2$

Solução:

O Teorema de Pitágoras nos diz que:

"Em um triângulo retângulo, o maior lado, chamado de hipotenusa, ao quadrado é igual a soma dos quadrados dos outros lados, chamados de catetos"

Podemos então escrever:

$$y^2 = x^2 + z^2$$

Opção D

Questão 7

O valor da expressão $\dfrac{x^3 + x^2 - 4x - 4}{(x+1)(x-2)}$ quando $x = 987$ é:

(A) 987 (B) 988 (C) 989 (D) 990 (E) 991

Solução:

Podemos em questões como essa apenas substituir o valor dado, embora isso seja muito trabalhoso. Uma maneira mais simples de resolver o problema é tentar fatorar o numerador:

$$\frac{x^2(x+1) - 4(x+1)}{(x+1)(x-2)}$$

Fatorando mais uma vez teremos:

$$\frac{(x+1)(x^2-4)}{(x+1)(x-2)}$$

Sabemos que:

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

Aplicando ao numerador:

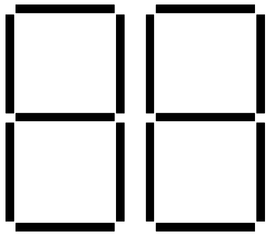
$$\frac{(x-2)(x+2)}{x-2}$$

Substituindo agora o valor de x teremos 989.

Opção C

Questão 8

A figura a seguir é composta por 14 palitos divididos igualmente em dois dígitos, como no visor de uma calculadora. Retirando dessa figura exatamente 3 palitos, qual o maior número que é possível formar?



(A) 90 (B) 92 (C) 93 (D) 95 (E) 99

Solução:
Por inspeção, podemos ver que o maior número a ser formado é aquele que contém 9 no algarismo das dezenas e 5 no algarismo das unidades.

Opção D

Questão 9

Uma tora de madeira mais meia tora de madeira com as mesmas dimensões tem massa 27 kg. Qual a massa de cada tora dessas madeiras?

(A) 14 kg (B) 15 kg (C) 16 kg (D) 17 kg (E) 18 kg

Solução:
Seja x o peso da tora de madeira. Podemos então escrever a equação:

$$x + \frac{x}{2} = 27$$

Calculando o MMC teremos:

$$\frac{2x + x}{2} = 27$$
$$3x = 54$$
$$x = 18 \text{ kg}$$

Opção E

Questão 10

Que número deve ser adicionado a 2009^2 para obter 2010^2?

(A) 8019 (B) 6010 (C) 4019 (D) 3019 (E) 2010

Solução:
Seja x o número que deverá ser adicionado. Do enunciado:

$$2009^2 + x = 2010^2$$
$$x = 2010^2 - 2009^2$$

Fatorando o lado direito – que é uma diferença de quadrados – temos:

$$x = (2010 - 2009)(2010 + 2009)$$
$$x = 4019$$

Opção C

Questão 11

Sejam "S" e "P" a soma e o produto, respectivamente, das raízes da equação $x^2 - 5x + 6$. O valor do produto "SP" é:

(A) 30 (B) 40 (C) 50 (D) 60 (E) 70

Solução:

Observação: Matematicamente é incorreto dizer que $x^2 - 5x + 6$ é uma equação, pois não há igualdade. Para resolver o problema vamos reescrever como sendo:

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

Como sabemos, a soma das raízes de uma equação do 2º grau do tipo $ax^2 + bx + c = 0$ é dada por $S = -\frac{b}{a}$ e o produto das raízes é dado por $P = \frac{c}{a}$.

Sendo assim podemos calcular SP como sendo:

$$SP = -\frac{b}{a} \cdot \frac{c}{a}$$

Substituindo os valores de a, b e c tem-se:

$$SP = -\frac{(-5)}{1} \cdot \frac{6}{1}$$

$$SP = 30$$

Opção A

Questão 12

Em um triângulo ABC, o ângulo interno em A é o dobro do ângulo interno em B. Sabendo que o ângulo interno em C é o triplo do ângulo interno em A, o menor ângulo interno deste triângulo é

(A) 30° (B) 25° (C) 20° (D) 15° (E) 10°

Solução:

A soma dos ângulos internos de um triângulo é dada por:

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180°$$

Do enunciado do problema temos:

$$\begin{cases} \hat{A} = 2\hat{B} \\ \hat{C} = 3\hat{A} \end{cases}$$

Escrevendo todos os ângulos em função do ângulo do vértice B:

$$\underbrace{2\hat{B}}_{\hat{A}} + \hat{B} + \underbrace{3\big(\underbrace{2\hat{B}}_{\hat{A}}\big)}_{\hat{C}} = 180°$$

$$9\hat{B} = 180°$$

$$\hat{B} = 20°$$

Substituindo o valor encontrado achamos para os outros ângulos:

$$\hat{A} = 40° \text{ e } \hat{C} = 120°$$

O menor ângulo é, portanto, o do vértice B.

Opção C

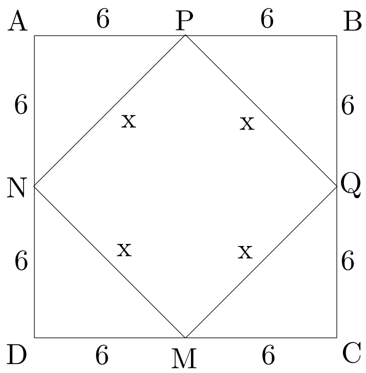
Questão 13

ABCD é um quadrado de lado 12 m. Unindo os pontos médios dos lados deste quadrado é obtido um quadrilátero de área igual a:

(A) 72 m² (B) 68 m² (C) 64 m² (D) 56 m² (E) 45 m²

Solução:

A figura abaixo representa o problema em questão:



P, Q, M e N são os pontos médios do lados do quadrado. Note que

$$\Delta APN \equiv \Delta BPQ \equiv \Delta CMQ \equiv \Delta DMN$$

Todos os triângulos são isósceles e retângulos. Assim, PQMN é um quadrado de lado x, que pode ser obtido aplicando-se o Teorema de Pitágoras:

$$x^2 = 6^2 + 6^2$$

$$x^2 = 36 + 36$$

$$x^2 = 72$$

$$x = 6\sqrt{2}$$

Assim, unindo-se os pontos médios de um quadrado de lado 12 m, obtemos um novo quadrado de lado $6\sqrt{2}$ m. A área será, portanto:

$$S = \left(6\sqrt{2}\right)^2$$

$$S = 72\ \text{m}^2$$

Opção A

Questão 14

O perímetro de um triângulo de lados inteiros é igual a 12 m. O maior valor possível para um dos lados deste triângulo tem medida igual a

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

Solução:

Sejam a,b e c os lados de um triângulo, em que $a > b > c$. Seu perímetro é:

$$2p = a + b + c$$

Para que um triângulo exista, cada lado deve ser maior que a diferença e menor que a soma dos outros dois, podemos então escrever:

$$b - c < a < b + c$$

Ou seja, da equação do perímetro:

$$2p - a = b + c$$

Assim:

$$a < 2p - a$$

$$2a < 12$$

$$a < 6$$

O maior valor para **a** é, portanto, 5.

Opção A

Questão 15

Uma copiadora XL2010 produz 12000 cópias em 12 horas. Quantas copiadoras XL2010 seriam necessárias para imprimir as 12000 cópias em 4 horas?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Solução:
O problema em questão é uma regra de três composta que pode ser esquematizada como abaixo:

Número de copiadoras	Total de cópias	Tempo gasto em horas
1	12000	12
x	12000	4

Como o número de cópias é mantido constante, basta observar o tempo gasto para realizar as cópias. O tempo gasto é **inversamente proporcional** ao número de copiadoras. Então como o número de horas é 3 vezes menor o número de copiadoras é 3 vezes maior:

$$1 \cdot 12 = 4x$$

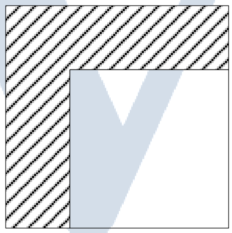
$$x = \frac{12}{4} \Rightarrow x = 3 \text{ copiadoras}$$

Opção B

Concurso 2009

Questão 1

Observe a figura plana a seguir.



Na figura, tem-se dois quadrados. O maior tem 5 cm de lado, e o menor, 3 cm. A área da região hachurada, em cm^2, é

(A) 16 (B) 17 (C) 18 (D) 20 (E) 25

Solução:
A área da região hachurada será a diferença entre as áreas dos dois quadrados, ou seja:

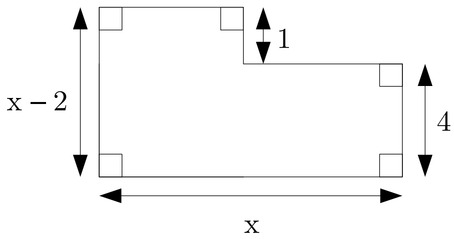
$$S = 5^2 - 3^2$$

$$S = 25 - 9 \Rightarrow S = 16 \text{ cm}^2$$

Opção A

Questão 2

Observe a figura abaixo.



Assinale a opção que indica o seu perímetro.

(A) 24 (B) 21 (C) 17 (D) 14 (E) 10

Solução:

Sejam **a** e **b** os lados não conhecidos na figura e **2p** o perímetro. Observando a figura, vemos que:

$$\begin{cases} a + b = x \\ x - 2 = 4 + 1 \end{cases}$$

Daí, podemos concluir:

$$x - 2 = 5 \Rightarrow x = 7$$

O perímetro será então:

$$2p = x - 2 + a + b + 1 + 4 + x$$

Portanto:

$$2p = 7 - 2 + 7 + 5 + 7$$
$$2p = 24$$

Opção A

Questão 3

O valor de $\sqrt[3]{\frac{(a+b)ab}{a-b}}$ para $a = 12$ e $b = 6$ é

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

Solução:

Vamos substituir os valores de a e b na expressão dada:

$$\sqrt[3]{\frac{(a+b)ab}{a-b}} = \sqrt[3]{\frac{(12+6)12\cdot 6}{12-6}} = \sqrt[3]{\frac{18\cdot 12\cdot 6}{6}} = \sqrt[3]{18\cdot 12}$$

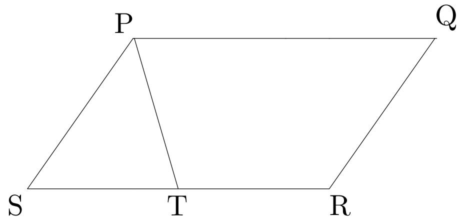
Fatorando 18 e 12:

$$\sqrt[3]{18\cdot 12} = \sqrt[3]{2\cdot 3^2\cdot 2^2\cdot 3} = \sqrt[3]{2^3\cdot 3^3} = 2\cdot 3 = 6$$

Opção B

Questão 4

Observe a representação abaixo.

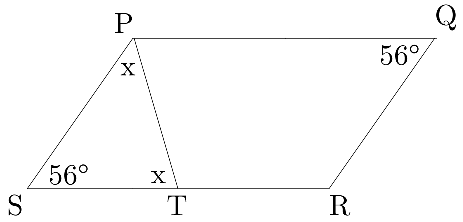


No paralelogramo **PQRS**, $\overline{PS} = \overline{ST}$, e o ângulo $P\hat{Q}R$ mede 56°, conforme mostra a figura. A medida do ângulo $S\hat{T}P$, em graus, é

(A) 59 (B) 60 (C) 61 (D) 62 (E) 64

Solução:

Como PQRS é paralelogramo devemos ter $P\hat{Q}R \equiv P\hat{S}R$. Como ΔPST é isósceles, teremos que $S\hat{T}P \equiv S\hat{P}T = x$:



Então:

$$56° + x + x = 180°$$
$$2x = 180° - 56°$$
$$x = 62°$$

Opção D

Questão 5

Para ladrilhar uma sala, foram necessários 640 azulejos quadrados de 15 cm de lado. Qual a área da sala em metros quadrados?

(A) 12,1 (B) 14,4 (C) 16,9 (D) 19,6 (E) 21,3

Solução:

Cada azulejo terá como área:

$$S = 15 \cdot 15 \Rightarrow S = 225 \text{ cm}^2$$

Como foram necessários 640 azulejos:

$$S_T = 640 \cdot 225 \Rightarrow S_T = 144000 \text{ cm}^2$$

Passando para metros quadrados:

$$S_T = \frac{144000}{10000} \Rightarrow S_T = 14,4 \text{ m}^2$$

Opção B

Questão 6

O valor de k na equação $(k-1)x^2 - (k+6)x + 7 = 0$ modo que a soma de suas raízes seja 8, é

(A) -2 (B) -1 (C) 0 (D) 1 (E) 2

Solução:

A soma das raízes de uma equação da forma $ax^2 + bx + c = 0$ é:

$$S = -\frac{b}{a}$$

Da equação dada temos:

$$-\frac{-(k+6)}{k-1} = 8$$

Então:

$$k + 6 = 8(k-1)$$
$$k + 6 = 8k - 8$$
$$7k = 14$$
$$k = 2$$

Opção E

Questão 7

Qual das expressões algébricas abaixo NÃO está corretamente fatorada?

(A) $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)(a-b)$

(B) $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)(a+b)$

(C) $a^2 + b^2 = (a+b)(a+b)$

(D) $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

(E) $a^4 - b^4 = (a^2+b^2)(a+b)(a-b)$

Solução:

Vamos analisar cada opção:

(A) **Verdadeira.** Desenvolvendo o membro direito da equação:

$$(a-b)(a-b) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

(B) **Verdadeira.** Desenvolvendo o membro direito da equação:

$$(a+b)(a+b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

(C) **Falsa.** Desenvolvendo o membro direito da equação:

$$(a+b)(a+b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

(D) **Verdadeira.** Desenvolvendo o membro direito da equação:

$$(a+b)(a-b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$$

(E) **Verdadeira.** Desenvolvendo o membro direito da equação:

$$(a^2+b^2)(a+b)(a-b) = (a^2+b^2)(a^2 - ab + ab - b^2) = (a^2+b^2)(a^2-b^2) = a^4 - b^4$$

Opção C

Questão 8

Se $M = \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) \times \frac{4}{7}$ e $N = \left(\frac{2}{3} - \frac{2}{9}\right) : \frac{2}{3}$, então é correto afirmar que

(A) $M = N$ (B) $M = 3N$ (C) $M < N$ (D) $M > N$ (E) $M = 2N$

Solução:

Vamos resolver cada expressão em separado:

$$M = \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) \times \frac{4}{7} = \left(\frac{3+4}{6}\right) \times \frac{4}{7} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

E

$$N = \left(\frac{2}{3} - \frac{2}{9}\right) : \frac{2}{3} = \left(\frac{6-2}{9}\right) : \frac{2}{3} = \frac{4}{9} \times \frac{3}{2} = \frac{2}{3}$$

Ou seja,

$$M = N$$

Opção A

Questão 9

No universo dos reais, o conjunto-solução da inequação $2(x+1) - (x-2) > 3(x-2)$ é

(A) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 6\}$

(B) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 5\}$

(C) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 6\}$

(D) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 8\}$

(E) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 5\}$

Solução:
Vamos desenvolver a inequação dada:

$$2(x+1)-(x-2) > 3(x-2)$$
$$2x+2-x+2 > 3x-6$$
$$x+4 > 3x-6$$
$$-2x > -10$$
$$x < 5$$

Opção B

Questão 10

Qual o dividendo de uma divisão cujo quociente é 69, o divisor é 58, e o resto é o maior possível?

(A) 4002 (B) 4059 (C) 4060 (D) 4062 (E) 4063

Solução:
Vamos montar o algoritmo de chave para os dados do enunciado:

$$\begin{array}{r|l} D & 58 \\ \cline{2-2} R & 69 \end{array}$$

O resto **R** é o maior possível, logo **R** vale 57. Então:

$$D = 58 \cdot 69 + 57 \Rightarrow D = 4059$$

Opção B

Questão 11

O valor dos juros simples produzidos por um capital de R$ 2.000,00 aplicados durante 1 ano e 8 meses à taxa de 1,5% a.m. é, em reais, igual a

(A) 400 (B) 500 (C) 600 (D) 700 (E) 800

Solução:
Sabemos que:

$$1,5\% = \frac{1,5}{100} = \frac{15}{1000}$$

Como a taxa é de juros simples teremos:

$$\frac{15}{1000} \cdot 2000 = 30$$

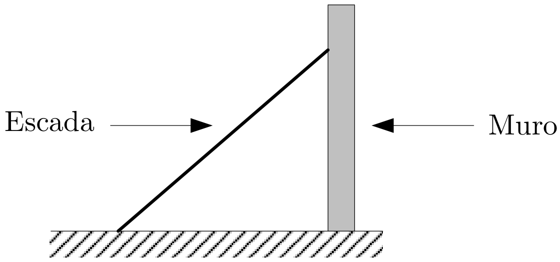
Para 1 ano e 8 meses (20 meses):

$$j = 30 \cdot 20 \Rightarrow j = 600$$

Opção C

Questão 12

Observe a figura abaixo.



O pé de uma escada de 10 m de comprimento está afastado 6 m de um muro. A que altura do chão, em metros, encontra-se o topo da escada?

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

Solução:
A figura em questão é um triângulo retângulo, podemos então aplicar o teorema de Pitágoras:

$$10^2 = 6^2 + x^2$$
$$x = \sqrt{100 - 36}$$
$$x = 8$$

Opção D

Questão 13

A soma do maior com o menor divisor primo de 70 é um número
(A) par
(B) divisível por 5
(C) quadrado perfeito
(D) múltiplo de 7
(E) divisor de 11

Solução:
Vamos fatorar 70:

$$\begin{array}{r|l} 70 & 2 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ \hline 1 & 70 = 2 \cdot 5 \cdot 7 \end{array}$$

Assim, o maior divisor primo de 70 é 7 e, o menor, 2. A soma, portanto, vale 9 que é quadrado perfeito.

Opção C

Questão 14

Na divisão de um polinômio $P(x)$ por $(x^2 + 1)$, obtém-se quociente $(3x + 2)$ e resto 3. Então $P(x)$ é
(A) $3x^3 - 2x^2 - 3x + 5$
(B) $3x^3 + 2x^2 + 2x + 5$
(C) $3x^3 - 2x^2 - 2x + 5$
(D) $3x^3 - 4x^2 - 2x + 5$
(E) $3x^3 + 2x^2 + 3x + 5$

Solução:
Vamos montar o algoritmo de chave:

$$\begin{array}{r|l} P(x) & x^2+1 \\ \hline 3 & 3x+2 \end{array}$$

Então:

$$P(x) = (3x+2)(x^2+1)+3$$
$$P(x) = 3x^3+3x+2x^2+2+3$$
$$P(x) = 3x^3+2x^2+3x+5$$

Opção E

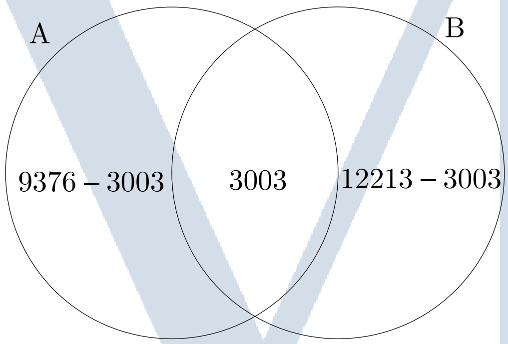
Questão 15

Numa pesquisa de mercado sobre a preferência dos consumidores entre duas operadoras de telefonia móvel, verificou-se que 3003 dessas pessoas utilizam as operadoras **A** e **B**. A operadora **A** é utilizada por 9376 das pessoas pesquisadas, e a operadora **B** por 12213 delas. Se todas as pessoas pesquisadas utilizam pelo menos uma operadora, o número de pessoas que responderam a pesquisa é

(A) 24592 (B) 22623 (C) 21589 (D) 18586 (E) 17658

Solução:

Veja o diagrama de Venn abaixo:



O número de pessoas que respondeu a pesquisa foi:

$$n = 9376 - 3003 + 3003 + 12213 - 3003$$
$$n = 9376 + 9210$$
$$n = 18586$$

Opção D

Concurso 2008

Questão 1

Um feirante compra 3 maçãs por R$ 2,30 e vende 5 maçãs por R$ 4,50. Para obter um lucro de R$ 10,00, ele deverá vender uma quantidade de maçãs igual a

(A) 60 (B) 65 (C) 70 (D) 75 (E) 80

Solução:

O preço de compra p_c das maçãs vale:

$$p_c = \frac{2,30}{3}$$

O preço de venda p_v das maçãs vale:

$$p_v = \frac{4,50}{5} \Rightarrow p_v = 0,90$$

O lucro com a venda de **x** maçãs será dado pela expressão:

$$(p_v - p_c) \cdot x = 10$$

Onde $(p_v - p_c)$ é o lucro por maça vendida. Assim:

$$\left(0,9 - \frac{2,3}{3}\right) x = 10$$

$$\frac{2,7 - 2,3}{3} \cdot x = 10$$

$$x = \frac{30}{0,4} \Rightarrow x = \frac{300}{4} \Rightarrow x = 75$$

Opção D

Questão 2

Na compra de um ventilador que custa R$ 150,00, uma pessoa dá 8,5% de entrada e o restante vai pagar em cinco parcelas iguais. Qual o valor de cada parcela?

(A) 27,45 (B) 27,65 (C) 28,35 (D) 28,50 (E) 29,25

Solução:

Se a pessoa deu 8,5% de entrada, significa que ela pagará 91,5% em cinco parcelas iguais, logo o valor p de cada parcela será:

$$p = \frac{\frac{91,5}{100} \cdot 150}{5}$$

$$p = \frac{\frac{915}{1000} \cdot 150}{5} \Rightarrow p = \frac{915 \cdot 15}{500} \Rightarrow p = \frac{915 \cdot 3}{100} \Rightarrow p = 27,45$$

Opção A

Questão 3

O valor da expressão $\dfrac{0,555\ldots - \sqrt{0,25}}{\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot 10^{-1}}$ é

(A) 0,75 (B) 0,85 (C) 0,95 (D) 1,15 (E) 1,25

Solução:

Antes de calcular o valor total da expressão, vamos achar a fração geratriz de $0,555\ldots$.

Seja x o valor que procuramos:

$$x = 0,555\ldots$$

Multipliquemos por 10 ambos os lados da equação, então:

$$10x = 5,555\ldots$$

Mas, reescrevendo o lado direito:

$$10x = 5 + 0,555\ldots$$

Ou seja:

$$10x = 5 + x$$

Logo:

$$9x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{9}$$

Voltando na expressão:

$$\frac{\frac{5}{9}-\sqrt{0,25}}{\left(\frac{2}{3}\right)^2\cdot 10^{-1}}=\frac{\frac{5}{9}-0,5}{\frac{4}{9}\cdot\frac{1}{10}}=\frac{\frac{5}{9}-\frac{5}{10}}{\frac{4}{90}}=\frac{\frac{50-45}{90}}{\frac{4}{90}}=\frac{\frac{5}{90}}{\frac{4}{90}}=\frac{5}{4}=1,25$$

Opção E

Questão 4

Se $\frac{a}{b}=\frac{1}{2}$ o valor de $\left(\frac{a+b}{a-b}\right)^2$ é:

(A) 4 (B) 9 (C) 16 (D) 25 (E) 36

Solução:
Do enunciado temos que:

$$\frac{a}{b}=\frac{1}{2}\Rightarrow 2a=b$$

Substituindo isto na expressão inicial teremos:

$$\left(\frac{a+b}{a-b}\right)^2=\left(\frac{a+2a}{a-2a}\right)^2=\left(\frac{3a}{-a}\right)^2=(-3)^2=9$$

Opção B

Questão 5

Um caminhão pode transportar um limite de peso que corresponde a 75 sacos de cimento ou 3000 tijolos. Se esse caminhão já contém 40 sacos de cimento, quantos tijolos, no máximo, ele ainda pode carregar?

(A) 1150 (B) 1200 (C) 1250 (D) 1400 (E) 1600

Solução:
O problema em questão é uma regra de três simples:

Cimento		Tijolos
75	—	3000
40	—	x

Como as grandezas são diretamente proporcionais teremos:

$$\frac{75}{40}=\frac{3000}{x}\Rightarrow x=\frac{40\cdot 3000}{75}$$

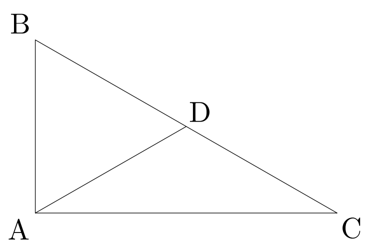
$$x=1600$$

Como 40 sacos de cimento equivalem a 1600 tijolos, o caminhão só poderá carregar mais 1400 tijolos.

Opção D

Questão 6

Observe a figura abaixo.



O triângulo ABC é retângulo em A e o triângulo ABD é equilátero. Se a medida de $\overline{BC}$ é 12, o comprimento de $\overline{AB}$ é

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

Solução:
Como ΔABD é equilátero temos que:

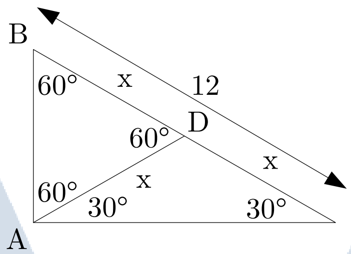
$$A\hat{B}D \equiv A\hat{D}B \equiv B\hat{A}D = 60°$$

Como o triângulo é retângulo teremos:

$$D\hat{A}C \equiv D\hat{C}A = 30°$$

Logo ΔACD é isósceles, consequentemente:

$$\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD} = x$$



Do enunciado:

$$BD + CD = 12 \Rightarrow 2x = 12 \Rightarrow x = 6$$

Como ΔABD é equilátero $\overline{AB} = x = 6$.

Opção B

Questão 7

O retângulo de dimensões $(4x - 2)$ cm e $(x + 3)$ cm. O perímetro desse retângulo, em centímetros, mede

(A) 48 (B) 52 (C) 60 (D) 74 (E) 80

Solução:
Calculando a área do retângulo teremos:

$$(4x - 2)(x + 3) = 144$$

Desenvolvendo:

$$4x^2 + 12x - 2x - 6 = 144$$
$$4x^2 + 10x - 150 = 0$$
$$\Delta = 10^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-150)$$
$$\Delta = 100 + 2400$$
$$\Delta = 2500$$

$$x_{1,2} = \frac{-10 \pm \sqrt{2500}}{2 \cdot 4} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{-10 + 50}{8} \Rightarrow x_1 = \dfrac{40}{8} \Rightarrow x_1 = 5 \\ x_2 = \dfrac{-10 - 50}{8} \Rightarrow x_2 = \dfrac{-60}{8} \Rightarrow x_2 = -\dfrac{15}{2} \end{cases}$$

As medidas do retângulo devem ser positivas:

$$\begin{cases} 4x - 2 > 0 \Rightarrow x > \dfrac{1}{2} \\ x + 3 > 0 \Rightarrow x > -3 \end{cases} \Rightarrow`x > 0,5$$

Ou seja,

$$x = 5$$

As medidas **a** e **b** do retângulo serão então:

$$a = 4x - 2 \Rightarrow a = 20 - 2 \Rightarrow a = 18$$
$$b = x + 3 \Rightarrow b = 5 + 3 \Rightarrow b = 8$$

O perímetro será então:

$$2p = 18 + 18 + 8 + 8 \Rightarrow 2p = 52$$

Opção B

Questão 8

Para que os números $\frac{K}{2}$, $\frac{K}{3}$, $\frac{K}{4}$ e $\frac{K}{5}$ sejam inteiros, o menor valor de K inteiro positivo é

(A) 20 (B) 30 (C) 40 (D) 50 (E) 60

Solução:
Para que os valores sejam inteiros devemos ter K como múltiplo de 3, 4 e 5. Então o menor K será dado por:

$$MMC(3,4,5) = 60$$

Veja:

$$\begin{array}{c|c} 3,\ 4,\ 5 & 2 \\ 3,\ 2,\ 5 & 2 \\ 3,\ 1,\ 5 & 3 \\ 1,\ 1,\ 5 & 5 \\ \hline 1,\ 1,\ 1 & 4 \cdot 3 \cdot 5 = 60 \end{array}$$

Observação: Como 4 é múltiplo de 2 o MMC entre eles é o próprio 4, por isso não o consideramos na solução. Porém caso queira pode incluí-lo e o resultado será o mesmo.

Opção E

Questão 9

Em um triângulo retângulo isósceles, a hipotenusa tem por medida $5\sqrt{2}$ cm. A soma das medidas dos catetos, em centímetros, é

(A) 6 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 12

Solução:
Como o triângulo é retângulo e isósceles vale o teorema de Pitágoras:

$$\left(5\sqrt{2}\right)^2 = x^2 + x^2$$
$$25 \cdot 2 = 2x^2$$
$$x^2 = 25$$
$$x = 5$$

Como queremos a soma dos catetos:

$$S = 5 + 5 \Rightarrow S = 10$$

Opção D

Questão 10

Se $A = 2 + \sqrt{3}$ e $B = \dfrac{2}{\sqrt{3} - 1}$, o valor de $A - B$ é igual a

(A) $-\sqrt{3}$ (B) -1 (C) 1 (D) $\sqrt{3}$ (E) 3

Solução:
Calculando a expressão:

$$A - B = 2 + \sqrt{3} - \frac{2}{\sqrt{3} - 1}$$

$$A - B = \frac{\left(2 + \sqrt{3}\right)\left(\sqrt{3} - 1\right) - 2}{\sqrt{3} - 1} = \frac{2\sqrt{3} - 2 + 3 - \sqrt{3} - 2}{\sqrt{3} - 1} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} - 1} = 1$$

Opção C

Questão 11

Reduzindo-se os termos semelhantes da expressão

$b(a-b)+(b+a)(b-a)-a(b-a)+(b-a)^2$, obtém-se

(A) $(a-b)^2$ (B) $(a+b)^2$ (C) b^2-a^2 (D) a^2-b^2 (E) a^2+b^2

Solução:

Vamos observar a expressão – chamaremos de **E** - dada:

$$E = b(a-b)+(b+a)(b-a)-a(b-a)+(b-a)^2$$

Arrumando a expressão teremos:

$$E = -b(b-a)+(b+a)(b-a)-a(b-a)+(b-a)(b-a)$$

Colocando $(b-a)$ em evidência:

$$E = (b-a)(-b+b+a-a+b-a)$$

$$E = (b-a)(b-a)$$

$$E = (b-a)^2 \Rightarrow E = \left[-(a-b)\right]^2$$

$$E = (a-b)^2$$

Opção A

Questão 12

O valor de **x** que torna verdadeira a igualdade $3 - \cfrac{1}{1 - \cfrac{1}{x}} = 1$, é

(A) -2 (B) -1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

Solução:

Seja a equação dada:

$$3 - \cfrac{1}{1 - \cfrac{1}{x}} = 1$$

$$3 - \cfrac{1}{\cfrac{x-1}{x}} = 1$$

$$3 - \frac{x}{x-1} = 1 \Rightarrow \frac{3(x-1)-x}{x-1} = 1$$

$$3x - 3 - x = x - 1$$

$$x = 2$$

Opção C

Questão 13

O menor número inteiro que satisfaz a inequação $\frac{3+5x}{6} < \frac{1}{4} + x$ é

(A) -2 (B) -1 (C) 0 (D) 1 (E) 2

Solução:
Resolvendo a inequação dada:

$$\frac{3+5x}{6} < \frac{1}{4} + x$$

Fazendo o MMC:

$$2(3+5x) < 3+12x$$

Observação: o denominador pode ser cancelado sem alterar a desigualdade porque o MMC é **positivo**. Caso contrário, deveríamos inverter a desigualdade.

$$6+10x < 3+12x$$
$$10x-12x < 3-6$$
$$-2x < -3$$
$$x > \frac{3}{2}$$

O menor inteiro que satisfaz as condições é, portanto, 2.

Opção E

Questão 14

Paguei R$ 24,00 por um CD e um DVD. Se eu tivesse comprado 3 CDs e 4 DVDs, teria pago R$ 87,00. O preço desse CD, em reais, corresponde a uma fração do DVD igual

(A) a um terço
(B) à metade
(C) a três quintos
(D) a dois terços
(E) a três quartos

Solução:
Seja **c** o preço do CD e **d** o preço do DVD. De acordo com o enunciado temos:

$$\begin{cases} c+d=24 \\ 3c+4d=87 \end{cases}$$

Multiplicando a primeira equação por 3:

$$\begin{cases} 3c+3d=72 \\ 3c+4d=87 \end{cases}$$

Subtraindo a segunda equação da primeira:

$$3c-3c+4d-3d=87-72$$
$$d=15$$

Portanto:

$$c+15=24 \Rightarrow c=9$$

Dividindo c por d:

$$\frac{c}{d}=\frac{9}{15} \Rightarrow \frac{c}{d}=\frac{3}{5}$$

Ou seja,

$$c=\frac{3}{5}d$$

Opção C

Questão 15

O triplo da raiz quadrada de um número real positivo x, diminuído de duas unidades, é igual ao próprio número x. A soma das raízes dessa equação é

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Solução:

De acordo com o enunciado podemos escrever a seguinte equação:

$$3\sqrt{x}-2=x$$

Isolando o radical:

$$3\sqrt{x}=x+2$$

$$\sqrt{x}=\frac{x+2}{3}$$

Elevando ambos os membros ao quadrado:

$$\left(\sqrt{x}\right)^2=\left(\frac{x+2}{3}\right)^2 \Rightarrow x=\frac{x^2+4x+4}{9}$$

$$9x=x^2+4x+4 \Rightarrow x^2-5x+4=0$$

Resolvendo esta equação do 2º grau:

$$\Delta=(-5)^2-4\cdot 1\cdot 4$$

$$\Delta=25-16$$

$$\Delta=9$$

$$x_{1,2}=\frac{-(-5)\pm\sqrt{9}}{2\cdot 1}\Rightarrow\begin{cases} x_1=\dfrac{5+3}{2}\Rightarrow x_1=\dfrac{8}{2}\Rightarrow x_1=4 \\ x_2=\dfrac{5-3}{2}\Rightarrow x_2=\dfrac{2}{2}\Rightarrow x_2=1 \end{cases}$$

Vamos testar os valores:

$$3\sqrt{x}-2=x\Rightarrow 3\sqrt{4}-2=4\Rightarrow 6-2=4 \ \rightarrow \text{Verdadeiro}$$

$$3\sqrt{x}-2=x\Rightarrow 3\sqrt{1}-2=1\Rightarrow 3-2=1 \ \rightarrow \text{Verdadeiro}$$

A soma **S** das raízes é portanto:

$$S=1+4\Rightarrow S=5$$

Observação:

O enunciado pode nos levar a escrever a equação da seguinte maneira:

$$3\sqrt{x-2}=x$$

Isolando o radical:

$$\sqrt{x-2}=\frac{x}{3}$$

Elevando ambos os membros ao quadrado:

$$\left(\sqrt{x-2}\right)^2=\left(\frac{x}{3}\right)^2\Rightarrow x-2=\frac{x^2}{9}$$

$$9x-18=x^2\Rightarrow x^2-9x+18=0$$

Resolvendo esta equação do 2º grau:

$$\Delta=(-9)^2-4\cdot 1\cdot 18$$

$$\Delta=81-72$$

$$\Delta=9$$

$$x_{1,2}=\frac{-(-9)\pm\sqrt{9}}{2\cdot 1}\Rightarrow\begin{cases} x_1=\dfrac{9+3}{2}\Rightarrow x_1=\dfrac{12}{2}\Rightarrow x_1=6 \\ x_2=\dfrac{9-3}{2}\Rightarrow x_2=\dfrac{6}{2}\Rightarrow x_2=3 \end{cases}$$

Vamos testar os valores:

$$3\sqrt{x}-2=x \Rightarrow 3\sqrt{6}-2=6 \Rightarrow \sqrt{6}=\frac{8}{3} \quad \rightarrow \text{Falso}$$

$$3\sqrt{x}-2=x \Rightarrow 3\sqrt{3}-2=3 \Rightarrow \sqrt{3}=\frac{5}{3} \quad \rightarrow \text{Falso}$$

Não há, portanto, soma das raízes.
A primeira interpretação é a correta, basta notar que há uma vírgula logo após "*...positivo x,*". Tenha cuidado.

Opção D

Concurso 2007

Questão 1

Se $A=3-\sqrt{3}$ e $B=-1+\sqrt{3}$, o valor de $\frac{A}{B}$ é igual a

(A) $-\sqrt{3}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $\frac{3+2\sqrt{3}}{2}$ (E) $\frac{3+\sqrt{3}}{2}$

Solução:
Fazendo a divisão de A por B teremos:

$$\frac{A}{B}=\frac{3-\sqrt{3}}{-1+\sqrt{3}}$$

Racionalizando teremos:

$$\frac{A}{B}=\frac{3-\sqrt{3}}{-1+\sqrt{3}}\cdot\frac{\left(-1-\sqrt{3}\right)}{\left(-1-\sqrt{3}\right)}=\frac{-3-3\sqrt{3}+\sqrt{3}+3}{1+\sqrt{3}-\sqrt{3}-3}=\frac{-2\sqrt{3}}{-2}=\sqrt{3}$$

Opção B

Questão 2

Pedro possui R$ 260,00. Sabe-se que 40% do que ele tem corresponde a 25%da quantia que seu primo tem. Com base nos dados apresentados, é correto afirmar que a quantia, em reais, que o primo de Pedro possui é de

(A) 26 (B) 65 (C) 104 (D) 260 (E) 416

Solução:
Seja x a quantidade que o primo de Pedro tem, então:

$$\frac{40}{100}\cdot 260=\frac{25}{100}\cdot x$$

$$40\cdot 260=25\cdot x$$

$$x=\frac{40\cdot 260}{25}$$

Simplificando,

$$x=\frac{8\cdot 260}{5}\Rightarrow x=\frac{8\cdot 52}{1}\Rightarrow x=416$$

Opção E

Questão 3

O valor da expressão numérica: $\left[\left(4+5\right)+3\cdot 7\right]:\left(5\cdot 1+5\right)+\left(60-5\cdot 12\right)$

(A) 3 (B) 8 (C) 25 (D) 33 (E) 63

Solução:
Seja E a expressão dada:

$$E = \left[(4+5)+3\cdot 7\right] : (5\cdot 1+5)+(60-5\cdot 12)$$
$$E = [9+21] : (5+5)+(60-60)$$
$$E = [30] : (10)+0$$
$$E = 3$$

Opção A

Questão 4

Uma corda de 20 metros de comprimento foi cortada em dois pedaços de tamanhos diferentes. Os pedaços foram usados para fazer dois quadrados. Sabendo que a diferença entre as áreas é igual a 5 m^2, é correto afirmar que a área do quadrado maior, em metros quadrados, é igual a

(A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 7 (E) 9

Solução:
Como a corda tem 20 metros um dos pedaços será de tamanho x e o outro de tamanho $20-x$. Cada quadrado terá lado igual a $\frac{1}{4}$ do comprimento do fio, ou seja, um quadrado terá lado igual a $\frac{x}{4}$ e o outro $\frac{20-x}{4}$.

A diferença entre as áreas vale $5\ m^2$ ou seja:

$$\left(\frac{x}{4}\right)^2 - \left(\frac{20-x}{4}\right)^2 = 5$$

Desenvolvendo a expressão:

$$\frac{x^2}{16} - \frac{400-40x+x^2}{16} = 5$$
$$\frac{x^2-400+40x-x^2}{16} = 5$$
$$x^2-400+40x-x^2 = 80$$
$$-400+40x = 80$$
$$40x = 480$$
$$x = 12$$

Os pedaços têm 12 m e 8 m cada um. Logo os quadrados têm lado 3 m e 2 m respectivamente e áreas 9 m^2 e 4 m^2 da mesma forma.

Opção E

Questão 5

Quanto se deve dar de entrada, em reais, numa bicicleta de R$ 1.130,00 para pagar a parte restante em quatro prestações iguais de R$ 204,00?

(A) 926 (B) 816 (C) 340 (D) 314 (E) 280

Solução:
Basta escrevermos a seguinte equação:

$$4\cdot 204 + x = 1130$$

Onde x é a entrada a ser dada. Solucionando a equação teremos:

$$x = 1130 - 816$$

$$x = 314$$

Opção D

Questão 6

Em relação a Mudanças de Unidades, assinale a opção correta.

(A) $6\ \text{m} + 5\ \text{cm} = 65\ \text{cm}$

(B) $2,2\ \text{dm} + 4,5\ \text{m} = 6,7\ \text{m}$

(C) $7,3\ \text{m} - 46\ \text{cm} = 684\ \text{cm}$

(D) $0,56\ \text{m} + 0,18\ \text{m} = 7,4\ \text{cm}$

(E) $2\ \text{dm} + 32,5\ \text{cm} = 3,45\ \text{m}$

Solução:

Para cada opção, vamos colocar as parcelas na mesma unidade da resposta final:

(A) $600\ \text{cm} + 5\ \text{cm} = 605\ \text{cm}$

(B) $0,22\ \text{m} + 4,5\ \text{m} = 4,75\ \text{m}$

(C) $730\ \text{cm} - 46\ \text{cm} = 684\ \text{cm}$

(D) $56\ \text{cm} + 18\ \text{cm} = 74\ \text{cm}$

(E) $0,2\ \text{m} + 0,325\ \text{m} = 0,525\ \text{m}$

Opção C

Questão 7

A raiz da equação $3x^2 - 13x - 10 = 0$ representa a medida em centímetros do lado de um quadrado. Quanto mede em centímetros quadrados, a área desse quadrado?

(A) 20 (B) 25 (C) 30 (D) 36 (E) 225

Solução:

Vamos resolver a equação do 2º grau:

$$3x^2 - 13x - 10 = 0$$

$$\Delta = (-13)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-10)$$

$$\Delta = 169 + 120$$

$$\Delta = 289$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-13) \pm \sqrt{289}}{2 \cdot 3} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{13+17}{6} \Rightarrow x_1 = \dfrac{30}{6} \Rightarrow x_1 = 5 \\ x_2 = \dfrac{13-17}{6} \Rightarrow x_2 = \dfrac{-4}{6} \Rightarrow x_2 = \dfrac{-2}{3} \end{cases}$$

Como uma medida deve ser um número positivo temos que o lado do quadrado vale 5 e, portanto sua área vale:

$$S = 5^2 \Rightarrow S = 25\ \text{cm}^2$$

Opção B

Questão 8

O MMC dos polinômios $3x^2 + 6x$ e $x^3 + 4x^2 + 4x$ é igual a

(A) x^2

(B) $3x(x+2)^2$

(C) $x(x+2)$

(D) $3(x+2)$

(E) $x(x+2)^2$

Solução:
Vamos fatorar cada polinômio:

$$\textbf{1)}\ 3x^2 + 6x = 3x(x+2)$$

$$\textbf{2)}\ x^3 + 4x^2 + 4x = x(x^2 + 4x + 4) = x(x+2)^2$$

A definição do MMC é:

"Produto dos fatores comuns de maior expoente e dos fatores não comuns de cada forma fatorada"

Sendo assim:

$$\text{MMC}(3x^2 + 6x, x^3 + 4x^2 + 4x) = 3 \cdot x \cdot (x+2)^2$$

Opção B

Questão 9

Em uma determinada calculadora, não funciona a tecla da divisão. Sendo assim, para dividir um número por 25 nessa calculadora, deve-se

(A) Subtrair 15
(B) Somar 0,4
(C) Multiplicar por 0,25
(D) Multiplicar por 0,04
(E) Multiplicar por 0,4

Solução:
Dividir um número **y** por um número não nulo **x** é o mesmo que multiplicar pelo seu inverso, ou seja:

$$\frac{y}{x} = y \cdot \frac{1}{x}$$

Usando isto nos dados do enunciado:

$$\frac{y}{25} = y \cdot \frac{1}{25} = y \cdot 0,04$$

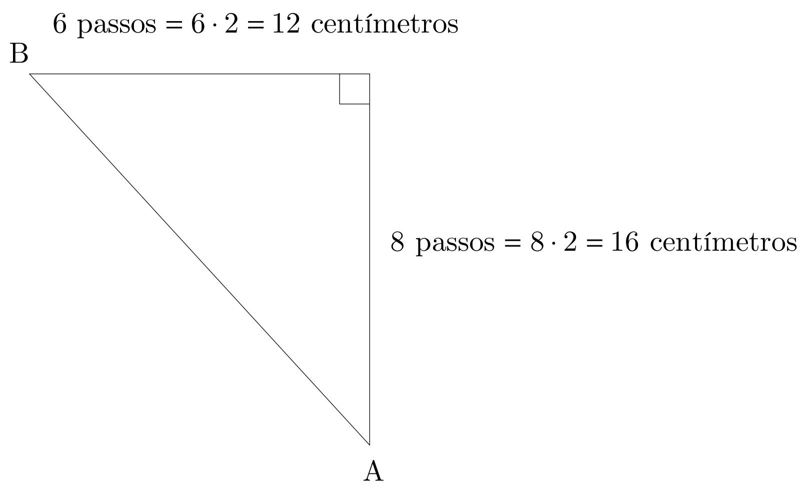
Opção D

Questão 10

Um robô de brinquedo dá passos de 2 centímetros. A partir de ponto A, ele caminha 8 passos para frente, gira 90° para a esquerda, dá mais 6 passos em a frente e pára em um ponto B. Qual a medida, em centímetros, do segmento AB?

(A) 10 (B) 14 (C) 20 (D) 25 (E) 28

Solução:
A figura formada é um triângulo retângulo de catetos 16 cm e 12 cm. Veja abaixo:



Então:

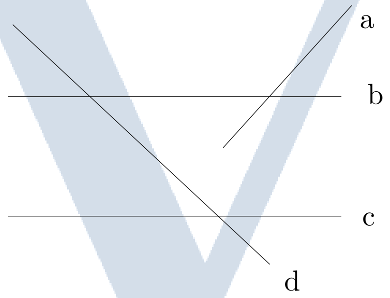
$$\left(\overline{AB}\right)^2 = 12^2 + 16^2$$

$$\overline{AB} = \sqrt{144+256} \Rightarrow \overline{AB} = \sqrt{400} \Rightarrow \overline{AB} = 20 \text{ cm}$$

Opção C

Questão 11

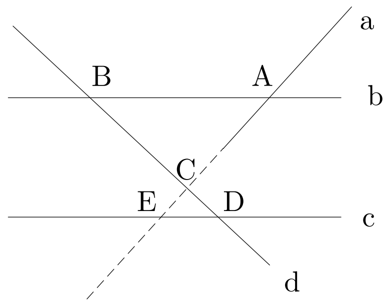
Observe a figura abaixo.



Dados:
b é paralelo a **c**
a é perpendicular a **d**
40° é o menor ângulo que a reta **d** forma com a reta **c**
Com os dados apresentados, é correto afirmar que o maior ângulo formado da reta **a** com a reta **b** é igual a

(A) 50° (B) 55° (C) 60° (D) 80° (E) 130°

Solução:
A partir da figura dada, prolongamos a reta **a** para que a mesma intercepte as retas **c** e **d**:



Assim, formamos os dois triângulos CDE e ABC. Do enunciado, o menor ângulo vale 40° e os ângulos formados sobre o vértice C valem 90° (CDE e ABC são triângulos retângulos).
Então $C\hat{D}E = 40°$ e, consequentemente, $C\hat{E}D = 50°$.
Como a//b,

$$C\hat{A}B \equiv C\hat{E}D = 50°$$

O suplemento então vale 130°.

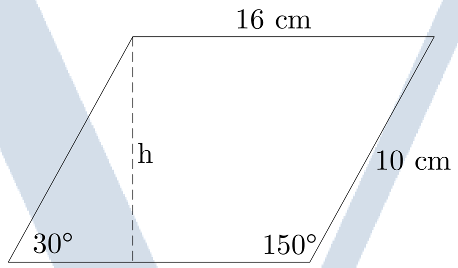
Opção E

Questão 12

Em um paralelogramo, dois lados consecutivos medem 16 cm e 10 cm é o ângulo obtuso interno 150°. Determine, em centímetros quadrados, a área do paralelogramo.

(A) 50 (B) $50\sqrt{2}$ (C) 80 (D) 128 (E) 160

Solução:
Seja a figura do enunciado:



Como os lados são paralelos o ângulo agudo mede 30°. Calculando o seno deste ângulo termos:

$$\text{sen } 30° = \frac{h}{10}$$

Logo:

$$h = \frac{1}{2} \cdot 16 \Rightarrow h = 8 \text{ cm}$$

Calculando a área:

$$S = 16 \cdot h \Rightarrow S = 16 \cdot 8 \Rightarrow S = 128 \text{ cm}^2$$

Opção D

Questão 13

O valor de $A = \left[\left(x^2 - 2x + 4\right)\left(x + 2\right) - \left(x^3 + x^2 + 8\right)\right]$ é igual a

(A) $-x^2$ (B) x^2 (C) $2x^3 - x^2$ (D) $-x^2 + 8x$ (E) 16

Solução:
Vamos desenvolver a expressão dada:

$$A = \left[\left(x^2 - 2x + 4\right)\left(x + 2\right) - \left(x^3 + x^2 + 8\right)\right]$$
$$A = \left[x^3 + 2x^2 - 2x^2 - 4x + 4x + 8 - x^3 - x^2 - 8\right]$$
$$A = \left[-x^2\right]$$
$$A = -x^2$$

Opção A

Questão 14

Uma torneira com vazamento de 20 gotas por minuto, desperdiça, em 30 dias, 100 litros de água. A mesma torneira vazando 45 gotas por minuto, durante 20 dias, desperdiçará quantos litros de água?

(A) 66 (B) 120 (C) 150 (D) 180 (E) 337

Solução:

Temos uma regra de três composta:

Gotas/minuto		Dias		Litros
20	—	30	—	100
45	—	20	—	x

Tanto a taxa de gotas por minuto quanto o número de dias são diretamente proporcionais ao número de litros desperdiçados, logo:

$$\frac{20}{45}\cdot\frac{30}{20}=\frac{100}{x}$$

Resolvendo esta equação teremos:

$$x=\frac{45\cdot 100}{30}$$
$$x = 150 \text{ litros}$$

Opção C

Questão 15

Um agente secreto enviou ao seu superior uma mensagem informando o número de submarinos do inimigo.

A mensagem era: $7a+8>236$ e $11-\frac{5a}{3}>-45$

De acordo com a mensagem, é correto afirmar que a quantidade de submarinos era em número de

(A) 30 (B) 31 (C) 32 (D) 33 (E) 34

Solução:

Resolvendo cada inequação separado:

1) $7a+8>236$
$$7a>228$$
$$a>\frac{228}{7}$$
$$a>32,57$$

E

2) $11-\frac{5a}{3}>-45$
$$33-5a>-135$$
$$-5a>-135-33$$
$$-5a>-168$$
$$a<\frac{168}{5}$$
$$a<33,6$$

Portanto, o número **a** de submarinos está contido no intervalo

$$32,57<a<33,6$$

Então:

$$a = 33$$

Opção D

Concurso 2006

Questão 1

Um quadrado ABCD tem 64 cm de perímetro. Quanto mede o lado de um quadrado cujo perímetro é o dobro do perímetro do quadrado ABCD?

(A) 8 (B) 16 (C) 18 (D) 28 (E) 32

Solução:

O quadrado ABCD tem perímetro 64 cm, logo o outro quadrado WXYZ tem perímetro 2p igual a 128. Como o perímetro é a soma dos 4 lados teremos:

$$2p = 4L \Rightarrow L = \frac{128}{4} \Rightarrow L = 32 \text{ cm}$$

Opção E

Questão 2

Qual o valor de $m + n$ para que $(x^2 + mx).(x^2 - x) + nx$ seja igual a $x^4 - 3x^3 + 7x^2$? (Lembre-se, coeficientes de termos com o mesmo grau são iguais).

(A) 5 (B) 3 (C) 2 (D) -3 (E) -7

Solução:

Queremos que:

$$(x^2 + mx)(x^2 - x) + nx^2 = x^4 - 3x^3 + 7x^2$$

Desenvolvendo a expressão do lado esquerdo:

$$x^4 - x^3 + mx^3 - mx^2 + nx^2 = x^4 - 3x^3 + 7x^2$$

$$x^4 + (-1 + m)x^3 + (-m + n)x^2 = x^4 - 3x^3 + 7x^2$$

Igualando os coeficientes teremos:

$$\begin{cases} -1 + m = -3 \\ -m + n = 7 \end{cases}$$

Da primeira equação:

$$m = 1 - 3 \Rightarrow m = -2$$

Substituindo na segunda equação:

$$-(-2) + n = 7 \Rightarrow n = 5$$

Então:

$$m + n = -2 + 5 \Rightarrow m + n = 3$$

Opção B

Questão 3

Um percurso de 40 km é feito em 8 horas numa velocidade constante de 5 km/h. Se for aumentado o percurso em 20% e a velocidade em 60%, quantas horas será necessário para fazer o novo percurso?

(A) 3 (B) 6 (C) 8 (D) 12 (E) 15

Solução:

Antes de qualquer cálculo devemos lembrar que um aumento de 20% sobre uma grandeza x pode ser calculado como se segue:

$$x+\frac{20}{100}x=x+0,2x=1,2x$$

Analogamente para o aumento de 60%.
Temos uma regra de três composta:

Distância (km)		Tempo (h)		Velocidade (km/h)
40	—	8	—	5
$40\cdot 1,2$	—	x	—	$5\cdot 1,6$

A distância em relação ao tempo de viagem é uma grandeza **diretamente proporcional**. Entretanto a velocidade é **inversamente proporcional** ao tempo gasto na viagem, logo:

$$\frac{8}{x}=\frac{40}{40\cdot 1,2}\cdot\frac{5\cdot 1,6}{5}$$

Resolvendo esta equação teremos:

$$\frac{8}{x}=\frac{1,6}{1,2}$$

$$\frac{8}{x}=\frac{4}{3}$$

$$x=6 \text{ horas}$$

Opção B

Questão 4

$V=-3\cdot(6-x)$ é a expressão que representa as vendas de uma determinada mercadoria, onde x é a quantidade da mercadoria vendida. Com base nos dados apresentados é correto afirmar que a venda é positiva para

(A) qualquer que seja x
(B) $x=6$
(C) x entre 3 e 6
(D) $x<6$
(E) $x>6$

Solução:
O que queremos é:

$$V>0$$

Ou seja,

$$-3(6-x)>0$$

$$-18+3x>0$$

$$3x>18$$

$$x>6$$

Opção E

Questão 5

Quantos números inteiros satisfazem simultaneamente as inequações
$2\cdot(2x+3)+5>1$ e $3\cdot(-2+x)-2<1$?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Solução:
Resolvendo cada inequação separadamente temos:

1) $2(2x+3)+5>1$

$$4x + 6 + 5 > 1$$
$$4x > -10$$
$$x > -\frac{5}{2}$$

O conjunto solução da inequação **1)** é, portanto:

$$S_1 = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3...\}$$

$$\textbf{2)}\ 3(-2 + x) - 2 < 1$$
$$-6 + 3x - 2 < 1$$
$$3x < 1 + 8$$
$$x < 3$$

O conjunto solução da inequação **2)** é, portanto:

$$S_2 = \{... -2, -1, 0, 1, 2\}$$

Calculando $S_1 \cap S_2$ encontramos:

$$S_1 \cap S_2 = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

Opção D

Questão 6

Reduza a uma só potência a expressão $\left(3^{-4} \cdot 9^4 : 3^{-6}\right) : \left(81 : 3^{-2}\right)$.

(A) 3^2 (B) 3^4 (C) 3^6 (D) 3^8 (E) 3^{10}

Solução:
Seja a expressão dada:

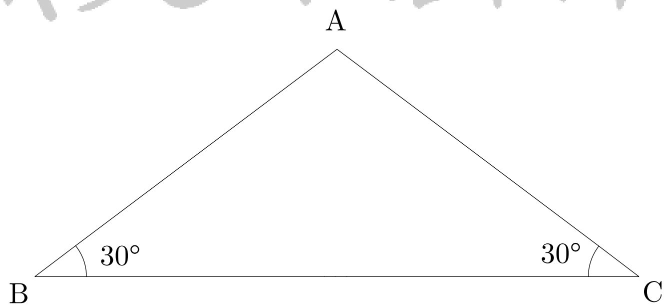
$$\left(3^{-4} \cdot 9^4 : 3^{-6}\right) : \left(81 : 3^{-2}\right)$$

Reescrevendo teremos:

$$\frac{\left(\frac{3^{-4} \cdot 9^4}{3^{-6}}\right)}{\left(\frac{81}{3^{-2}}\right)} = \frac{\left(\frac{3^{-4} \cdot \left(3^2\right)^4}{3^{-6}}\right)}{\left(\frac{3^4}{3^{-2}}\right)} = \frac{3^{-4+8-(-6)}}{3^{4-(-2)}} = 3^{10-6} = 3^4$$

Opção B

Questão 7

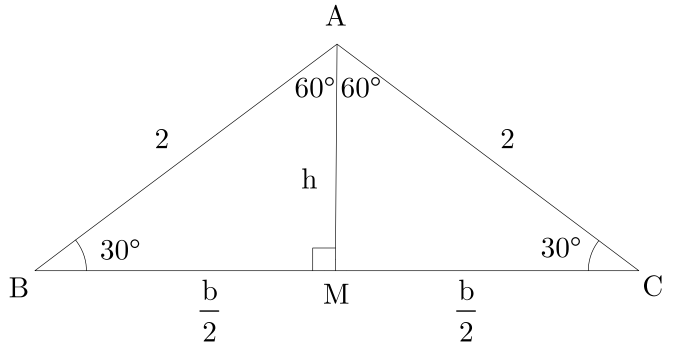


Na figura acima, o segmento AB mede 2 cm. Qual o valor da área do triângulo ABC medidos em cm^2?

(A) $2\sqrt{3}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) 4 (D) 2 (E) 1

Solução 1:

Na figura do enunciado seja **b** a base e **h** a altura do triângulo ABC:



No triângulo retângulo ABM:

$$\text{sen }30° = \frac{h}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{h}{2} \Rightarrow h = 1\,\text{cm}$$

$$\cos\ 30° = \frac{\frac{b}{2}}{2} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{b}{4} \Rightarrow b = 2\sqrt{3}\ \text{cm}$$

Calculando a área do triângulo:

$$S = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow S = \frac{2\sqrt{3} \cdot 1}{2} \Rightarrow S = \sqrt{3}\ \text{cm}^2$$

Solução 2:

Quando conhecemos dois lados **a** e **b** de um triângulo e o ângulo α entre estes lados, podemos calcular a área de um triângulo através da expressão:

$$S = \frac{a \cdot b \cdot \text{sen }\alpha}{2}$$

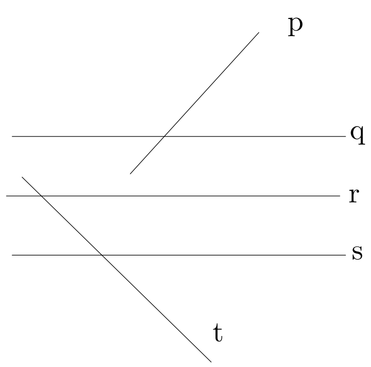
Aplicando ao problema:

$$S = \frac{2 \cdot 2 \cdot \text{sen }120°}{2} \Rightarrow S = \frac{4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} \Rightarrow S = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow S = \sqrt{3}\ \text{cm}^2$$

Opção B

Questão 8

Observe a figura abaixo



Dados:

p paralelo a q paralelo a **r**;

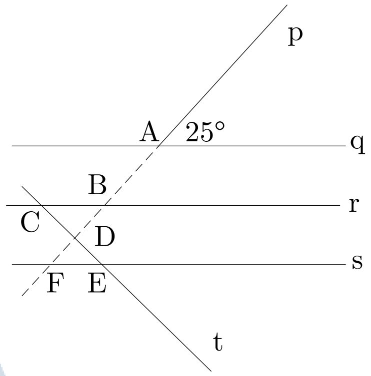
p perpendicular a **t**; e

25° é o menor ângulo que a reta p forma com a reta **q**.

Com os dados apresentados, é correto afirmar que um dos ângulos que a reta t forma com a reta s é igual a

(A) 55° (B) 75° (C) 85° (D) 110° (E) 115°

Solução:
Prolongando **p** até encontrar **t** teremos a figura a seguir:



Como q//r e r//s temos que q//s e $D\hat{F}E = 25°$. O triângulo FDE é retângulo em D, portanto $D\hat{E}F = 65°$. Como os ângulos entre as retas **t** e **s** são suplementares (somam 180°), o outro ângulo (entre o segmento FE e a reta t) mede 115°.

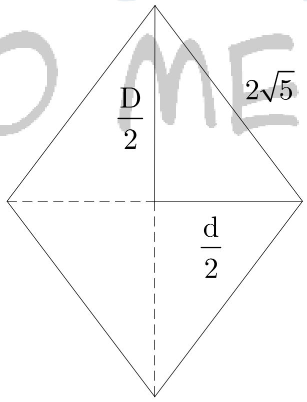
Opção E

Questão 9

O lado de um losango mede $2\sqrt{5}$ cm. A diagonal menor é a metade da maior. Qual o valor da soma das diagonais em centímetros?

(A) 3 (B) 6 (C) 10 (D) 12 (E) $6\sqrt{2}$

Solução:
Em um losango as diagonais se interceptam no ponto médio formando um ângulo de 90°:



Como a diagonal maior é o dobro da menor, temos a seguinte expressão para o teorema de Pitágoras:

$$\left(\frac{2d}{2}\right)^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \left(2\sqrt{5}\right)^2$$

$$\frac{4d^2}{4} + \frac{d^2}{4} = 20$$

$$\frac{5d^2}{4} = 20$$

$$d^2 = \frac{80}{5} \Rightarrow d^2 = 16$$

$$d = 4$$

Logo:

$$D = 8$$

A soma das diagonais será, portanto:

$$D + d = 8 + 4$$

$$D + d = 12$$

Opção D

Questão 10

Sendo $a = \sqrt{6} + 1$ e $b = \frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{3}$, qual o valor de $a^2 + b^2$?

(A) $\frac{21}{2} + 3\sqrt{6}$ (B) $\frac{21 + 3\sqrt{6}}{2}$ (C) $\frac{11}{2} + 3\sqrt{6}$ (D) $11 + 3\sqrt{6}$ (E) $\frac{11}{2}$

Solução:

Sabemos que $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ então:

$$a = \sqrt{6} + 1 \Rightarrow a^2 = \left(\sqrt{6} + 1\right)^2 \Rightarrow a^2 = \left(\sqrt{6}\right)^2 + 2\sqrt{6} + 1^2 \Rightarrow a^2 = 7 + 2\sqrt{6}$$

$$b = \frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{3} \Rightarrow b^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{3}\right)^2 \Rightarrow b^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} + \left(\sqrt{3}\right)^2 \Rightarrow b^2 = \frac{1}{2} + 3 + \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

Racionalizando a segunda parcela da soma:

$$b^2 = \frac{1+6}{2} + \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow b^2 = \frac{7}{2} + \frac{2\sqrt{6}}{2} \Rightarrow b^2 = \frac{7}{2} + \sqrt{6}$$

Calculando $a^2 + b^2$:

$$a^2 + b^2 = 7 + 2\sqrt{6} + \frac{7}{2} + \sqrt{6}$$

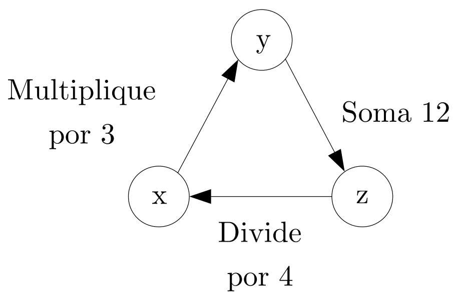
$$a^2 + b^2 = \frac{14 + 7}{2} + 3\sqrt{6}$$

$$a^2 + b^2 = \frac{21}{2} + 3\sqrt{6}$$

Opção A

Questão 11

Observe o circuito abaixo, onde **x**, **y** e **z** são números inteiros.



Respeitando as indicações das três setas deste circuito, determine o valor de $x+y$ e assinale a opção correta.

(A) 24 (B) 42 (C) 48 (D) 60 (E) 84

Solução:
De acordo com o diagrama temos as seguintes equações:

$$\begin{cases} y = 3x \\ z = y + 12 \\ x = \dfrac{z}{4} \end{cases}$$

Colocando z e y em função de x e substituindo na segunda equação, teremos:

$$4x = 3x + 12$$
$$x = 12$$

Da primeira equação:

$$y = 36$$

Da terceira:

$$z = 48$$

Portanto:

$$x + y = 12 + 36 \Rightarrow x + y = 48$$

Opção C

Questão 12

Dadas as proporções $\frac{2}{x+2} = \frac{3}{2x+4}$ e $\frac{y+16}{2y+2} = 3$, calcule o valor de $y - x$ e assinale a opção correta.

(A) -4 (B) -2 (C) 0 (D) 4 (E) 9

Solução:
Vamos resolver cada uma separadamente:

$$\textbf{1)}\ \frac{2}{x+2} = \frac{3}{2x+4}$$
$$4x + 8 = 3x + 6$$
$$x = -2$$
$$\textbf{2)}\ \frac{y+16}{2y+2} = 3$$
$$y + 16 = 6y + 6$$
$$-5y = -10$$
$$y = 2$$

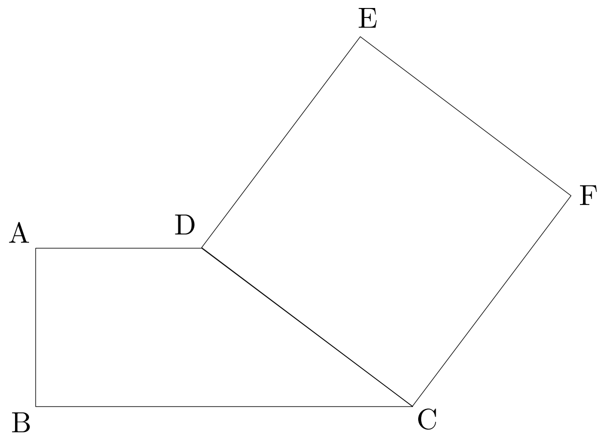
Calculando $y - x$:

$$y - x = 2 - (-2) \Rightarrow y - x = 4$$

Opção D

Questão 13

Observe a figura



Nela, ABCD é um trapézio e CDEF, um quadrado. Sabendo que $\overline{AB} = \overline{AD} = x$ e $\overline{BC} = x + 3$, qual a expressão que representa a área da figura?

(A) $\dfrac{4x^2 + 3x + 6}{2}$

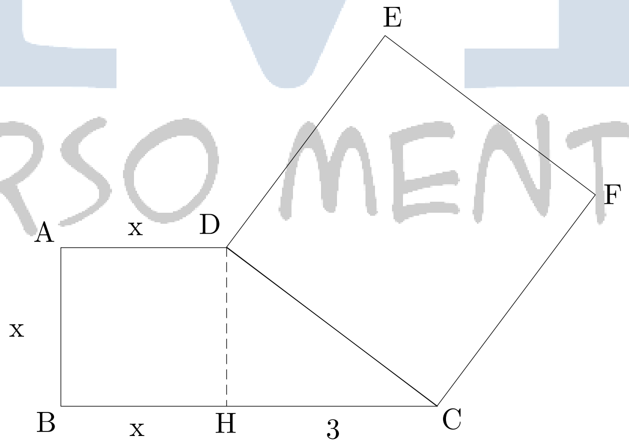
(B) $\dfrac{4x^2 + 15x + 18}{2}$

(C) $\dfrac{4x^2 + 3x + 18}{2}$

(D) $\dfrac{20x^2 + 3x}{2}$

(E) $\dfrac{8x^2 + 3x}{2}$

Solução:
Traçando a altura DH do trapézio teremos a figura abaixo:



Observação: Para que $DH = x$ devemos ter que o trapézio é retângulo, que **não é dito no problema**, mas faremos esta suposição, por hora. Daí:
O triângulo DHC é retângulo em H:

$$(DC)^2 = x^2 + 9$$

A área do trapézio:

$$S = \frac{(b + B) \cdot h}{2} \Rightarrow S = \frac{(x + x + 3)x}{2} \Rightarrow S = \frac{2x^2 + 3x}{2}$$

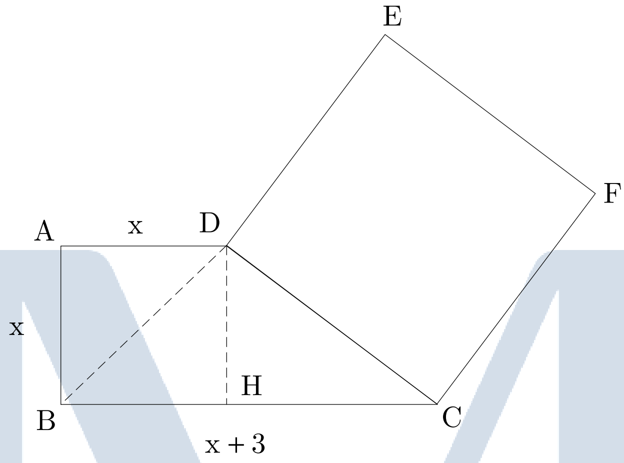
Somando com a área do quadrado:

$$S_{Total} = \frac{2x^2 + 3x}{2} + x^2 + 9$$

$$S_{Total} = \frac{2x^2 + 3x + 2x^2 + 18}{2}$$

$$S_{Total} = \frac{4x^2 + 3x + 18}{2}$$

Isto nos dá como resposta a opção C.
Vamos analisar o caso em que o trapézio não é retângulo. A figura então fica:



Agora precisamos calcular DH e DC para encontrarmos a área do trapézio e do quadrado respectivamente. O triângulo DHC é retângulo em H:

$$(DC)^2 = (DH)^2 + (HC)^2$$

Ligando BD teremos o triângulo ABD, cuja área pode ser calculada em função de DH:

$$S_{ABD} = \frac{x \cdot (DH)}{2}$$

A área do triângulo BCD é dada por:

$$S_{BCD} = \frac{(x+3) \cdot (DH)}{2}$$

A área do quadrado:

$$S_{CDEF} = (DC)^2$$

Note que há mais variáveis que equações. Somando as áreas anteriores teremos justamente a área do trapézio e nos faltará uma equação para relacionar DC com HC. Portanto, a questão só tem solução se considerarmos AB perpendicular a BC.

Opção C

Questão 14

Assinale a opção que apresenta a equação que possui raízes reais distintas.

(A) $2x^2 + 6x = 20$
(B) $3x^2 - 12x = -12$
(C) $x^2 + 5x = 10$
(D) $-2x^2 - 12x = 18$
(E) $x^2 + 4 = 0$

Solução:
Uma equação do 2º grau só tem raízes reais e distintas se $\Delta > 0$. Vamos analisar cada alternativa:

(A) $2x^2 + 6x - 20 = 0$

$$\Delta = 6^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-20)$$
$$\Delta = 36 + 160$$
$$\Delta = 196 \Rightarrow \Delta > 0$$

(B) $3x^2 - 12x + 12 = 0$

$$\Delta = (-12)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 12$$
$$\Delta = 144 - 144$$
$$\Delta = 0$$

(C) $-x^2 + 5x - 10 = 0$

$$\Delta = 5^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-10)$$
$$\Delta = 25 - 40$$
$$\Delta = -15 \Rightarrow \Delta < 0$$

(D) $-2x^2 - 12x - 18 = 0$

$$\Delta = (-12)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (-18)$$
$$\Delta = 144 - 144$$
$$\Delta = 0$$

(E) $x^2 + 4 = 0$

$$x^2 = -4$$
$$x = \pm\sqrt{-4}$$
$$\nexists x \in \mathbb{R}$$

Opção A

Questão 15

Numa determinada "festinha", alguns rapazes compraram 5 salgados e 3 refrigerantes pagando R$ 13,00. Numa outra rodada, ao chegarem mais amigos, compraram 4 salgados e 4 refrigerantes pagando R$ 12,00.
Com base nos dados apresentados, quanto deveriam pagar na compra de 2 salgados e 1 refrigerante?

(A) R$ 3,00 (B) R$ 4,00 (C) R$ 5,00 (D) R$ 6,00 (E) R$ 7,00

Solução:
Seja **s** o preço do salgado e **r** o preço do refrigerante. De acordo com enunciado temos as seguintes equações:

$$\begin{cases} 5s + 3r = 13 \\ 4s + 4r = 12 \end{cases}$$

Primeiro vamos dividir a segunda equação por 4:

$$\begin{cases} 5s + 3r = 13 \\ s + r = 3 \end{cases}$$

Primeiro vamos multiplicar a segunda equação por 3:

$$\begin{cases} 5s + 3r = 13 \\ 3s + 3r = 9 \end{cases}$$

Subtraindo a primeira da segunda equação:

$$5s - 3s + 3r - 3r = 13 - 9$$
$$2s = 4$$
$$s = 2$$

Substituindo em qualquer equação:

$$2 + r = 3 \Rightarrow r = 1$$

Respondendo então a questão:

$$2s + r = 2 \cdot 2 + 1 \Rightarrow 2s + r = 5$$

Opção C

Concurso 2005

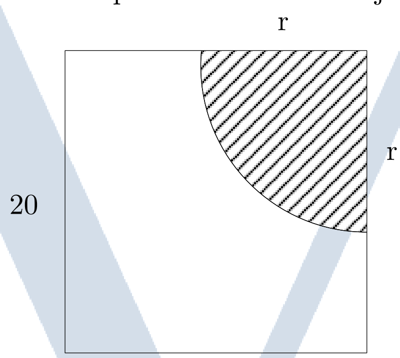
Questão 1

Um cavalo deve ser amarrado a uma estaca situada em um dos vértices de um pasto que tem a forma de um quadrado, cujo lado mede 20 m. Para que ele possa pastar em cerca de 20% da área total do pasto, a parte inteira, em metros, do comprimento da corda que o prende à estaca deve ser igual a

(A) 1 (B) 2 (C) 5 (D) 8 (E) 10

Solução:

A ideia da questão é, a partir de um quadrado, retirar uma área de 20% que tem o formato de um setor circular de um quarto de círculo. Veja a figura abaixo:



A área do quadrado:

$$S = 20^2 \Rightarrow S = 400 \text{ m}^2$$

Queremos que 20% seja um setor circular de 90°:

$$\frac{1}{4}\pi r^2 = \frac{20}{100} \cdot 400$$

$$r^2 = \frac{80 \cdot 4}{\pi}$$

$$r^2 = \frac{320}{3,14} \Rightarrow r^2 \cong 100 \Rightarrow r \cong 10 \text{ m}$$

Opção E

Questão 2

Dado o seguinte problema: "Subtraindo-se 3 de um certo número **x**, obtém-se o dobro da sua raiz quadrada. Qual é esse número?"; pode-se afirmar que, no conjunto dos números reais, esse problema

(A) tem duas soluções
(B) tem só uma solução, a que é um número primo
(C) tem só uma solução, a que é um número par
(D) tem só uma solução, a que é um número ímpar e não primo
(E) não tem solução

Solução:

De acordo com o enunciado temos a seguinte equação:

$$x - 3 = 2\sqrt{x}$$

Elevando ao quadrado ambos os lados da igualdade e resolvendo a equação resultante:

$$x^2 - 6x + 9 = 4x$$
$$x^2 - 10x + 9 = 0$$
$$\Delta = (-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9$$
$$\Delta = 100 - 36$$
$$\Delta = 64$$
$$x_{1,2} = \frac{-(-10) \pm \sqrt{64}}{2 \cdot 1} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{10+8}{2} \Rightarrow x_1 = \dfrac{18}{2} \Rightarrow x_1 = 9 \\ x_2 = \dfrac{10-8}{2} \Rightarrow x_2 = \dfrac{2}{2} \Rightarrow x_2 = 1 \end{cases}$$

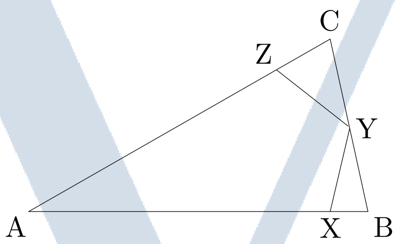
Testando os valores:

$$x - 3 = 2\sqrt{x} \Rightarrow 1 - 3 = 2\sqrt{1} \Rightarrow -2 = 2 \rightarrow \text{Falso}$$
$$x - 3 = 2\sqrt{x} \Rightarrow 9 - 3 = 2\sqrt{9} \Rightarrow 6 = 2 \cdot 3 \rightarrow \text{Verdadeiro}$$

Só há, portanto, uma solução que é um número ímpar e não-primo.

Opção D

Questão 3



Na figura acima, $AB = AC$, $BX = BY$ e $CZ = CY$. Se o ângulo A mede 40°, quanto mede o ângulo XYZ?

(A) 40° (B) 50° (C) 60° (D) 70° (E) 90°

Solução:

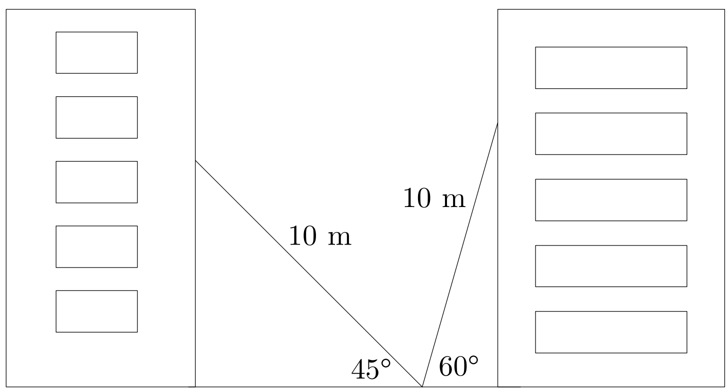
O triângulo ABC é **isósceles** ($AB = AC$), então o ângulo A mede 40°, os ângulos B e C são iguais e valem 70° cada.

Da mesma maneira, XBY é **isósceles** ($BX = BY$) e como B vale 70° os outros dois ângulos valem 55° cada. O mesmo vale para o triângulo CZY.

Portanto, o ângulo pedido vale 70°, pois a soma vale 180°.

Opção D

Questão 4



Uma escada de 10 metros de comprimento forma ângulo de 60° com a horizontal quando encostada ao edifício de um dos lados da rua, e ângulo de 45° se for encostada ao edifício do outro lado, apoiada no mesmo ponto do chão. A largura da rua, em metros, vale aproximadamente

(A) 15 (B) 14 (C) 13 (D) 12 (E) 11

Solução:
Para encontrar a largura da rua, precisamos calcular os catetos **x** e **y** adjacentes aos ângulos de 45° e 60°, respectivamente:

$$\cos 45° = \frac{x}{10} \Rightarrow x \cong 7,07 \text{ m}$$

$$\cos 60° = \frac{y}{10} \Rightarrow y = 5 \text{ m}$$

Somando **x** e **y**:

$$x + y = 7,07 + 5 \Rightarrow x + y = 12,07 \text{ m}$$

Opção D

Questão 5

Uma balança assinala 325 g para um certo copo cheio de água. Jogando-se metade da água fora, a balança passa a assinalar 180 g. Para esse copo vazio, quanto tal balança assinalará em gramas?

(A) 20 (B) 25 (C) 35 (D) 40 (E) 45

Solução:
Seja **c** o peso do copo e **a** o peso da água temos as equações:

$$\begin{cases} a + c = 325 \\ \dfrac{a}{2} + c = 180 \end{cases}$$

Da primeira equação temos:

$$a = 325 - c$$

Substituindo na segunda equação:

$$\frac{325 - c}{2} + c = 180$$

$$\frac{325 - c + 2c}{2} = 180 \Rightarrow 325 + c = 360$$

$$c = 360 - 325$$

$$c = 35$$

Opção C

Questão 6

Numa competição de tiro-ao-alvo cada atirador deve efetuar 25 disparos. Qual a porcentagem de acertos no alvo de um jogador que obtém $+0,5$ pontos sabendo-se que cada tiro no alvo vale $+0,4$ e cada tiro fora do alvo vale $-0,1$?

(A) 25 (B) 24 (C) 20 (D) 16 (E) 5

Solução:
Seja **c** os tiros com acerto no alvo e **e**, os tiros com erro:

$$\begin{cases} c + e = 25 \\ 0,4c - 0,1e = 0,5 \end{cases}$$

Da primeira equação temos:

$$e = 25 - c$$

Substituindo na segunda equação:

$$0,4c - 0,1(25 - c) = 0,5$$
$$0,4c - 2,5 + 0,1c = 0,5$$
$$0,5c = 0,5 + 2,5$$
$$c = \frac{3}{0,5} \Rightarrow c = 6$$

Para calcular a porcentagem **P** de acertos:

$$P = \frac{6}{25} \Rightarrow P = 0,24 = 24\%$$

Opção B

Questão 7

Um feirante compra duas unidades de maçã por R$ 0,75. Sabendo-se que ele vende o lote de seis maçãs por R$ 3,00, quantas maçãs deverá vender para ter um lucro de R$ 50,00?

(A) 40 (B) 52 (C) 400 (D) 520 (E) 600

Solução:

Seja **c** o preço de compra, **v** o preço de venda e **x** o número de maças vendidas. Então:

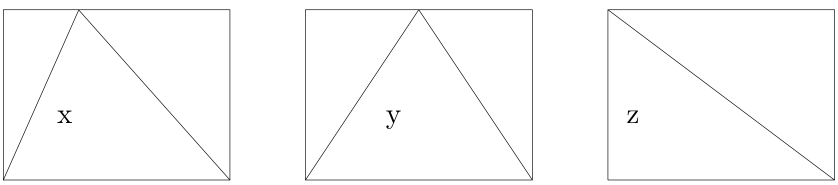
$$c = \frac{0,75}{2}$$
$$v = \frac{3,00}{6}$$

Comprando x maçãs e as vendendo, queremos lucro de 50,00:

$$x\left(\frac{3}{6} - \frac{0,75}{2}\right) = 50$$
$$x\left(\frac{1}{2} - \frac{0,75}{2}\right) = 50$$
$$x\left(\frac{1 - 0,75}{2}\right) = 50$$
$$x\left(\frac{0,25}{2}\right) = 50 \Rightarrow x = \frac{100}{0,25} \Rightarrow x = 400$$

Opção C

Questão 8



Considerando-se que, nas figuras acima, os triângulos X, Y e Z estejam inscritos em retângulos congruentes, pode-se afirmar que

(A) apenas as áreas dos triângulos X e y são iguais

(B) apenas as áreas dos triângulos X e Z são iguais

(C) apenas as áreas dos triângulos Y e Z são iguais

(D) as áreas dos triângulos X, Y e Z são iguais entre si
(E) as áreas dos triângulos X, Y e Z são diferentes entre si

Solução:
A área de um triângulo de base **b** e altura **h** é calculada pela expressão:

$$S = \frac{b \cdot h}{2}$$

Para os três triângulos a base e a altura são os lados do retângulo que os circunscreve, portanto, as áreas são todas iguais.

Opção D

Questão 9

Numa unidade da Marinha, estão lotados: 200 terceiros sargentos; 160 segundos sargentos; e **n** primeiros sargentos. Se **n** representa 2/5 do número total de sargentos da referida unidade, pode-se afirmar que n
(A) é múltiplo de 15 e de 8
(B) é múltiplo de 15 e não de 8
(C) não é múltiplo de 15, nem de 8
(D) não é múltiplo de 15, mas é múltiplo de 8
(E) é múltiplo de 18

Solução:
De acordo com o enunciado, podemos encontrar o total **T** de sargentos em função de n:

$$200 + 160 + n = T$$

Mas sabemos também que:

$$n = \frac{2}{5}T$$

Daí:

$$360 + n = \frac{5}{2}n$$

$$\frac{5n - 2n}{2} = 360$$

$$\frac{3n}{2} = 360 \Rightarrow 3n = 720 \Rightarrow n = 240$$

Fatorando **n** encontraremos:

$$n = 2^4 \cdot 3 \cdot 5$$

Podemos escrever:

$$n = 2 \cdot 8 \cdot 15$$

Opção A

Questão 10

Em uma sala retangular de piso plano nas dimensões 8,80 m por 7,60 m, deseja-se colocar lajotas quadradas iguais sem a necessidade de recortar qualquer peça. A medida máxima em centímetros, do lado de cada lajota deverá ser igual a

(A) 10 (B) 20 (C) 30 (D) 40 (E) 50

Solução:
Passando as medidas para centímetros teremos 880 cm e 760 cm. As lajotas máximas serão o maior divisor comum destes valores, ou seja, MDC (880,760). Daí:

	1	6	3
880	760	120	**40**

$$\begin{array}{c|c|c|} 120 & 40 & 0 \end{array}$$

As lajotas deverão ter, portanto, 40 cm de lado.

Opção D

Questão 11

Fatorando-se a expressão $ac + 2bc - ad - 2bd$, obtém-se

(A) $(a + 2b)(c - d)$

(B) $(a - 2b)(c - d)$

(C) $(a - 2b)(c + d)$

(D) $(a + c)^2 (a - d)$

(E) $(a - c)(a + 2b)$

Solução:

Seja **E** a expressão dada:

$$E = ac + 2bc - ad - 2bd$$
$$E = ac - ad + 2bc - 2bd$$
$$E = a(c - d) + 2b(c - d)$$
$$E = (a + 2b)(c - d)$$

Opção A

Questão 12

Caso seja cobrado um imposto de 5% sobre o valor de qualquer saque efetuado em uma instituição financeira, qual será o saque máximo possível, em reais, a ser efetuado em uma conta cujo saldo é de 2.100,00 reais?

(A) 1.995,00 (B) 2.000,00 (C) 2.050,00 (D) 2.075,00 (E) 2.095,00

Solução:

Seja x o valor sacado, teremos a seguinte equação:

$$x + \frac{5}{100} \cdot x = 2100$$

Resolvendo:

$$\frac{100x + 5x}{100} = 2100$$
$$\frac{105x}{100} = 2100$$
$$105x = 210000 \Rightarrow x = \frac{210000}{105} \Rightarrow x = \frac{70000}{35} \Rightarrow x = 2000$$

Opção B

Questão 13

A maquete de um reservatório **R**, feita na escala 1:500, tem 8 mm de largura, 10 mm de comprimento e 8 mm de altura. Qual é a capacidade em litros do reservatório **R**?

(A) 640 (B) 800 (C) 6400 (D) 8000 (E) 80000

Solução:

Se a maquete está na escala 1:500, significa que 1 unidade na maquete resulta em 500 unidades da mesma medida no tamanho real. As medidas "reais" então serão:

Largura: $8 \times 500 = 4000$ mm

$$\text{Comprimento: } 10 \times 500 = 5000 \text{ mm}$$
$$\text{Altura: } 8 \times 500 = 4000 \text{ mm}$$

Como **1 litro** é igual a **1 decímetro cúbico** passamos as medidas para decímetros e depois calculamos o volume:

$$\text{Largura: } 40 \text{ dm}$$
$$\text{Comprimento: } 50 \text{ dm}$$
$$\text{Altura: } 40 \text{ dm}$$

Calculando o volume **V** (supondo o recipiente em forma de paralelepípedo):

$$V = 40 \times 50 \times 40 \Rightarrow V = 80000 \text{ litros}$$

Opção E

Questão 14

Em um triângulo, os lados medem 9 cm, 12 cm e 15 cm. Quanto mede, em centímetros, a altura relativa ao maior lado desse triângulo?

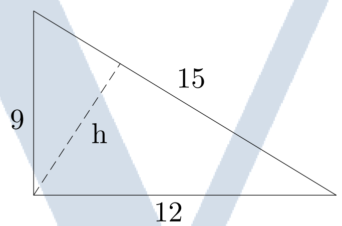
(A) 8,0 (B) 7,2 (C) 6,0 (D) 5,6 (E) 4,3

Solução 1:

O triângulo em questão é retângulo, basta verificar que:

$$15^2 = 12^2 + 9^2$$

Ou ainda que o mesmo tem lados proporcionais a 3, 4 e 5, que é um triângulo pitagórico. Teremos então a figura abaixo:



Onde **h** é altura relativa à hipotenusa.

Lembrando que vale a relação métrica no triângulo retângulo de hipotenusa **a**, catetos **b** e **c** e altura relativa a hipotenusa **h**:

$$bc = ah$$

Observação: pode-se demonstrar esta relação usando semelhança de triângulos.

Aplicando ao problema:

$$9 \cdot 12 = 15 \cdot h$$
$$h = \frac{9 \cdot 12}{15}$$
$$h = \frac{3 \cdot 12}{5} \Rightarrow h = 7,2 \text{ cm}$$

Solução 2:

Podemos usar o radical de Heron para calcular a área **S** usando o semiperímetro **p**:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Calculando o semiperímetro:

$$p = \frac{15 + 12 + 9}{2}$$
$$p = \frac{36}{2}$$
$$p = 18$$

Como a área pode ser calculada usando a base e a altura:

$$S = \frac{15 \cdot h}{2}$$

Comparando as duas áreas:

$$\sqrt{18(18-15)(18-12)(18-9)} = \frac{15 \cdot h}{2}$$

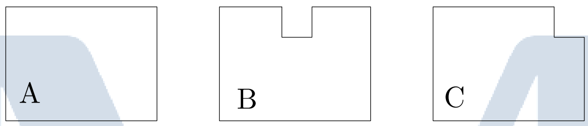
$$\sqrt{18 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 9} = \frac{15 \cdot h}{2}$$

$$18 \cdot 3 = \frac{15 \cdot h}{2}$$

$$18 = \frac{5 \cdot h}{2} \Rightarrow h = \frac{36}{5} \Rightarrow h = 7{,}2 \text{ cm}$$

Opção B

Questão 15

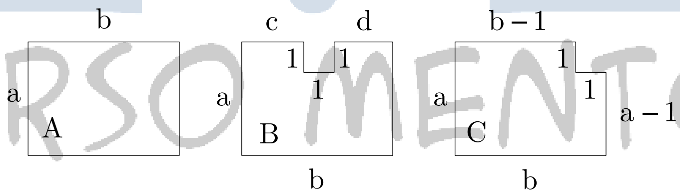


Considerando-se que a figura A seja um retângulo e as figuras B e C sejam obtidas, respectivamente, pela retirada da figura A de um quadrado de lado unitário, pode-se afirmar que

(A) apenas os perímetros das figuras A e B são iguais
(B) apenas os perímetros das figuras A e C são iguais
(C) apenas os perímetros das figuras B e C são iguais
(D) os perímetros das figuras A, B e C são todos iguais
(E) os perímetros das figuras A, B e C são todos diferentes

Solução:

Por observação, vemos que A e C possuem o mesmo perímetro, pois o "recorte" em C possui lados congruentes aos da figura retirada. Isto não ocorre com B. No entanto, abaixo faremos uma solução mais formal:



Vamos calcular os respectivos perímetros:

$$2p_A = a + b + a + b \Rightarrow 2p_A = 2(a+b)$$

$$2p_B = a + b + a + \underbrace{c + 1 + d}_{=b} + 1 + 1 \Rightarrow 2p_B = 2a + 2b + 2 \Rightarrow 2p_B = 2(a + b + 1)$$

$$2p_C = a + b + a - 1 + b - 1 + 1 + 1 \Rightarrow 2p_C = 2a + 2b \Rightarrow 2p_C = 2(a+b)$$

Portanto,

$$2p_A = 2p_C \neq 2p_B$$

Opção B

Concurso 2004

Questão 1

O lucro mensal de uma fábrica é dado por $L(x) = -2x^2 + 32x - 56$ em milhares de peças fabricadas e L o lucro mensal sendo x medido milhões de Reais.
Quando o lucro é nulo, isto é, em $-2x^2 + 32x - 56 = 0$, a quantidade de peças produtivas é a solução positiva da equação multiplicada por mil, então a quantidade de peças para que o lucro seja nulo é:
(A) 2.000 ou 14.000
(B) 3.000 ou 16.000
(C) 4.000 ou 12.000
(D) 5.000 ou 16.000
(E) 7.000 ou 18.000

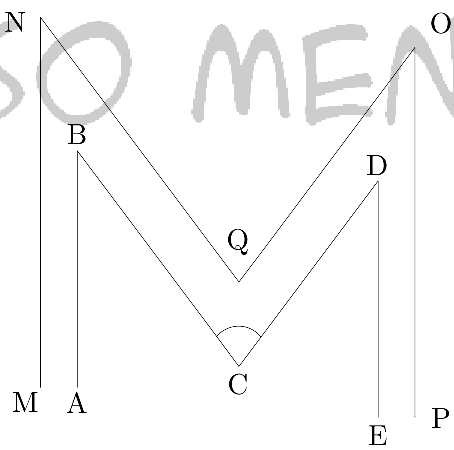
Solução:
Solucionando a equação do 2º grau em questão:

$$-2x^2 + 32x - 56 = 0$$
$$\Delta = 32^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (-56)$$
$$\Delta = 1024 - 448$$
$$\Delta = 576$$
$$x_{1,2} = \frac{-(32) \pm \sqrt{576}}{2 \cdot (-2)} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{-32 + 24}{-4} \Rightarrow x_1 = \dfrac{-8}{-4} \Rightarrow x_1 = 2 \\ x_2 = \dfrac{-32 - 24}{-4} \Rightarrow x_2 = \dfrac{-56}{-4} \Rightarrow x_2 = 14 \end{cases}$$

Opção A

Questão 2

Na figura, os segmentos $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$ são respectivamente paralelos aos segmentos $\overline{MN}$, $\overline{NQ}$, $\overline{QO}$, $\overline{OP}$, o ângulo $P\hat{O}Q = 35°$ e $A\hat{B}C = 40°$. O valor do ângulo $B\hat{C}D$ é:

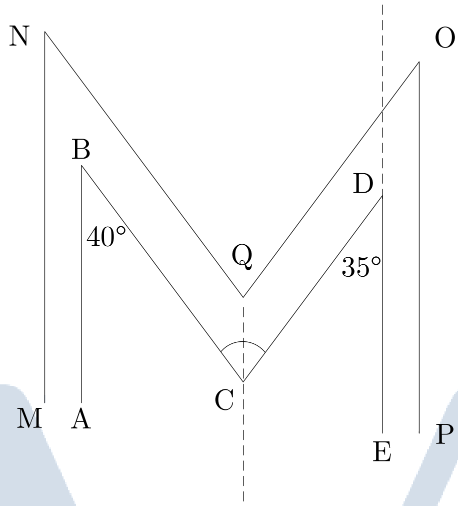


(A) 35° (B) 40° (C) 50° (D) 55° (E) 75°

Solução:

Primeiro, prolongamos $\overline{DE}$ até encontrar $\overline{QO}$; como $\overline{DE} // \overline{OP}$ temos $C\hat{D}E \equiv P\hat{O}Q = 35°$. Tracemos ainda uma paralela a $\overline{DE}$ - e, consequentemente paralela à $\overline{AB}$ - passando por C:

Observação: Não necessariamente esta nova paralela passará por Q.



Agora, fica fácil perceber que o ângulo $B\hat{C}D$ é a soma $40° + 35°$, pois estes ângulos são alternos internos das paralelas $\overline{AB}$ e $\overline{DE}$ respectivamente.

Opção E

Questão 3

Se uma torneira enche um reservatório de água de 5,4 m^3 a uma razão de 15 litros por minuto, quanto tempo levará para encher completamente o reservatório?

(A) quatro horas
(B) cinco horas e meia
(C) seis horas
(D) seis horas e meia
(E) sete horas

Solução:

Passando a capacidade do reservatório para **litros**:

$$5,4\ \text{m}^3 = 5400\ \text{dm}^3 = 5400\ \text{litros}$$

Basta, então, resolver a regra de três:

Litros		Tempo
15	—	1
5400	—	x

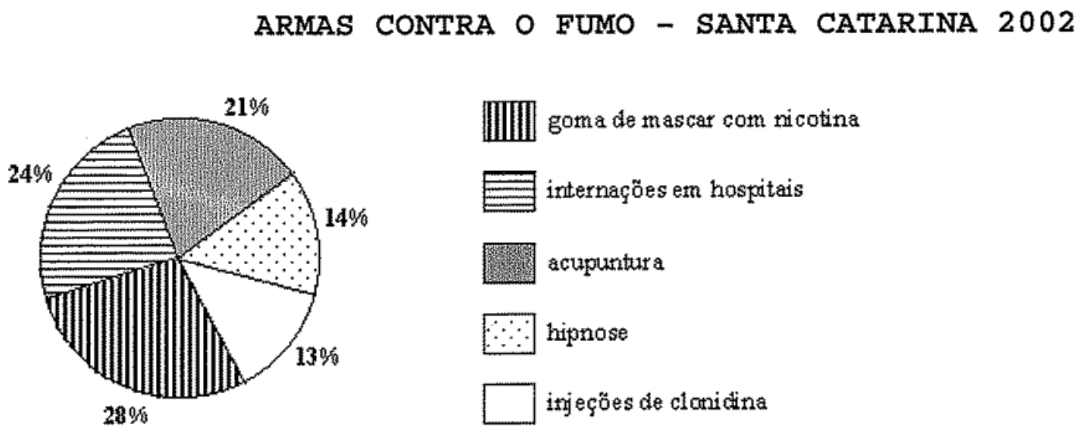
Daí:

$$x = \frac{5400}{15} \Rightarrow x = 360\ \text{minutos}$$

Opção C

Questão 4

Num trabalho de pesquisa feito com 10.000 fumantes, divididos em 5 grupos em que a cada grupo foi aplicada uma arma contra o fumo, conforme o gráfico abaixo. Sabe-se que 40% do grupo que utilizaram a acupuntura parou de fumar. O número de pessoas que participaram dessa pesquisa e que pararam de fumar através da acupuntura é:



(A) 840 (B) 860 (C) 1020 (D) 1400 (E) 1480

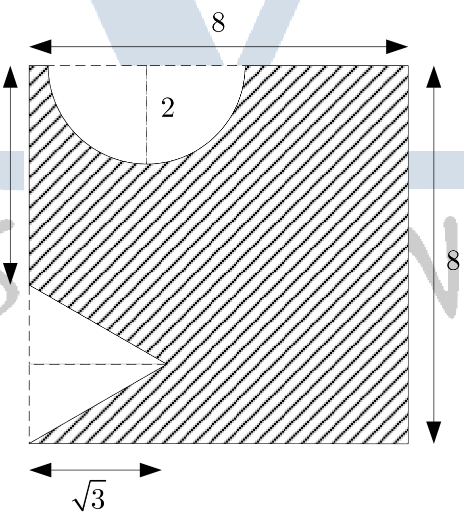
Solução:
O que temos neste problema é uma porcentagem de uma porcentagem, pois 40% dos 21% (dos 10.000 que participaram da pesquisa) que usaram acupuntura pararam de fumar, ou seja:

$$\frac{40}{100}\cdot\frac{21}{100}\cdot 10000 = 40\cdot 21 = 840$$

Opção A

Questão 5

A área da figura hachurada, onde todas as medidas são em metros é:



Considere:
$\pi = 3,1$
$\sqrt{3} = 1,3$

(A) 54,1 (B) 56,1 (C) 58,2 (D) 60,1 (E) 61,3

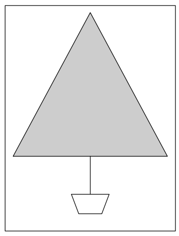
Solução:
A área **S** que desejamos calcular, na verdade é a de um quadrado de lado 8, subtraída de um semi-círculo de raio 2 e de um triângulo de base 2 e altura $\sqrt{3}$. Assim:

$$S = 8^2 - \frac{\pi \cdot 2^2}{2} - \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{2}$$
$$S = 64 - 2\pi - \sqrt{3}$$
$$S = 64 - 2 \cdot 3{,}1 - 1{,}7$$
$$S = 64 - 6{,}2 - 1{,}7$$
$$S = 56{,}1$$

Opção B

Questão 6

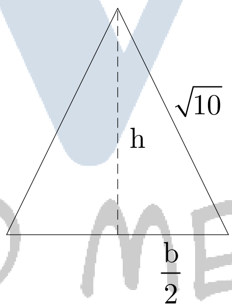
No painel o desenho de uma árvore de natal, na forma de um triângulo isósceles, onde a altura, e a base são números inteiros e os lados medem $\sqrt{10}$, será revestido com um papel de parede, que custa R$ 8,00 o metro quadrado. Qual o custo mínimo para revestir essa árvore?



(A) R$ 16,00 (B) R$ 24,00 (C) R$ 32,00 (D) R$ 40,00 (E) R$ 48,00

Solução:
A área da árvore é dada pela expressão:

$$S = \frac{b \cdot h}{2}$$



Aplicando o Teorema de Pitágoras na figura anterior:

$$\left(\sqrt{10}\right)^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 + h^2$$

$$\frac{b^2}{4} + h^2 = 10$$

Como b e h são números naturais e S deve ser a menor possível, por inspeção, descobrimos que $b = 2$ e $h = 3$. A área então fica:

$$S = \frac{2 \cdot 3}{2} \Rightarrow S = 3 \text{ m}^2$$

Como cada metro quadrado custa R$ 8,00 teremos um custo mínimo de R$ 24,00.

Opção B

Questão 7

Os irmãos Antônio e Pedro, sem nenhuma economia, receberam de seu pai uma certa quantia em dólares cada um, para fazer uma viagem. Percebendo a diferença entre essas quantias, Antônio dá a Pedro tantos dólares quanto Pedro possui; Em seguida Pedro dá a Antônio tantos dólares quanto Antônio possui. Iniciam a viagem com U$$ 1.800,00 cada um. Quantos dólares cada um recebeu de seu pai inicialmente?

(A) Antônio recebeu U$$ 1000,00 e Pedro U$$ 800,00
(B) Antônio recebeu U$$ 2000,00 e Pedro U$$ 2250,00
(C) Antônio recebeu U$$ 1350,00 e Pedro U$$ 2600,00
(D) Antônio recebeu U$$ 2250,00 e Pedro U$$ 1000,00
(E) Antônio recebeu U$$ 2250,00 e Pedro U$$ 1350,00

Solução:
Seja **A** a quantia inicial de Antônio e **P** a quantia inicial de Pedro. De acordo com o enunciado temos a seguinte tabela:

	Antonio	**Pedro**
Inicial	A	P
1ª doação	$A-P$	$P+P$
2ª doação	$A-P+A-P$	$2P-(A-P)$

Como após a segunda doação as quantias são iguais:

$$A-P+A-P=2P-(A-P)$$
$$2A-2P=2P-A+P$$
$$3A=5P$$

Como cada um inicia a viagem com R$ 1800,00:

$$2A-2P=1800$$

Substituindo a primeira equação na segunda:

$$2\cdot\frac{5P}{3}-2P=1800$$
$$\frac{10P-6P}{3}=1800$$
$$4P=3\cdot 1800 \Rightarrow P=\frac{3\cdot 1800}{4} \Rightarrow P=1350$$

Substituindo em alguma das equações:

$$A=\frac{5P}{3} \Rightarrow A=2250$$

Opção E

Questão 8

O valor simplificado da expressão:

$$\frac{1,363636\ldots\times 2\frac{1}{5}-(0,5)^2}{\left(\sqrt{2}\right)^{-4}} \text{ é:}$$

(A) $\frac{9}{5}$ (B) $\frac{31}{5}$ (C) 7 (D) 9 (E) 11

Solução:
Vamos, antes de começar a resolver a expressão, calcular o valor de $x=1,363636\ldots$:

$$x=1+0,363636\ldots$$

Fazendo $y = 0{,}363636\ldots$ teremos:

$$100y = 36{,}363636\ldots$$
$$100y = 36 + 0{,}363636\ldots$$
$$100y = 36 + y$$
$$99y = 36 \Rightarrow y = \frac{36}{99}$$

Voltando a x:

$$x = 1 + \frac{36}{99} \Rightarrow x = \frac{99+36}{99} \Rightarrow x = \frac{135}{99}$$

Voltando na expressão original **E**:

$$E = \frac{\frac{135}{99} \times 2\frac{1}{5} - (0{,}5)^2}{\left(\sqrt{2}\right)^{-4}} = \frac{\frac{135}{99} \times \left(2 + \frac{1}{5}\right) - \left(\frac{5}{10}\right)^2}{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^4} = \frac{\frac{135}{99} \times \left(\frac{10+1}{5}\right) - \left(\frac{1}{2}\right)^2}{\left(\frac{1}{\sqrt{16}}\right)}$$

$$E = \frac{\frac{135}{99} \times \left(\frac{11}{5}\right) - \left(\frac{1}{4}\right)}{\left(\frac{1}{4}\right)} = \frac{\frac{27}{9} \times \left(\frac{1}{1}\right) - \left(\frac{1}{4}\right)}{\frac{1}{4}} = \frac{\frac{27 \cdot 4 - 9}{36}}{\frac{1}{4}} = \frac{\frac{108-9}{36}}{\frac{1}{4}} = \frac{99}{36} \cdot \frac{4}{1} = 11$$

Opção E

Questão 9

Para monitorar duas avenidas, devem ser instaladas câmeras, posicionadas em pontos a partir da posição <u>1</u> até a posição <u>n</u> nas avenidas <u>A</u> e <u>B</u>. Sendo <u>u</u> a maior e constante distância entre as câmeras, o total de câmeras a serem instaladas nas avenidas é:

(A) 28 (B) 30 (C) 31 (D) 36 (E) 37

Solução:

O maior valor para u será aquele que é divisor de 60 e 126 simultaneamente, ou seja, MDC (60,126).

Usando o algoritmo de Euler:

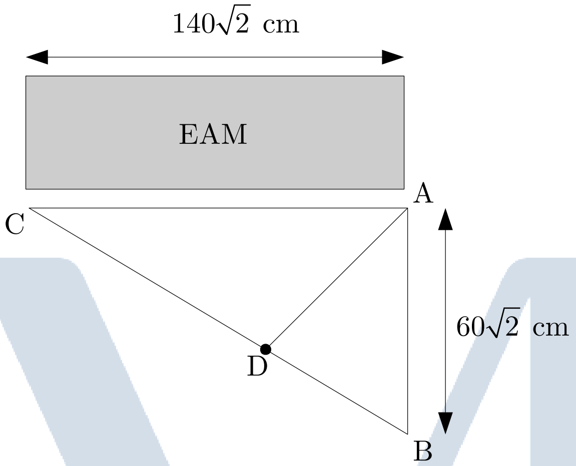
	2	
126	60	**6**
6	0	

O MDC (60,126) é, portanto, 6 e há 10 câmeras na avenida **B** (basta dividir 60 por 6) e 21 na avenida **A**. O total de câmeras então será de 31.

Opção C

Questão 10

Para sustentação do letreiro é feito um suporte de ferro na forma de um triângulo retângulo ABC. Calcule o comprimento da barra de ferro representada pelo segmento $\overline{AD}$ sabendo que é bissetriz do ângulo $B\hat{A}C$.



(A) 0,56 m (B) 0,84 m (C) 0,92 m (D) 1 m (E) 1,2 m

Solução:
Como o triângulo ABC é retângulo em A sua área S pode ser calculada como:

$$S = \frac{60\sqrt{2} \cdot 140\sqrt{2}}{2}$$

Sabemos que a área S de um triângulo qualquer com lados a e b e ângulo α entre estes lados é calculada pela expressão:

$$S = \frac{a \cdot b \cdot \text{sen } \alpha}{2}$$

Aplicando no nosso problema a área S pode ser calculada como se segue:

$$S = \frac{140\sqrt{2} \cdot (DA) \cdot \text{sen}45°}{2} + \frac{60\sqrt{2} \cdot (DA) \cdot \text{sen}45°}{2}$$

As duas áreas devem ser iguais, logo:

$$\frac{60\sqrt{2} \cdot 140\sqrt{2}}{2} = \frac{140\sqrt{2} \cdot (DA) \cdot \text{sen}45°}{2} + \frac{60\sqrt{2} \cdot (DA) \cdot \text{sen}45°}{2}$$

$$\frac{60\sqrt{2} \cdot 140\sqrt{2}}{2} = \frac{140\sqrt{2} \cdot (DA) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} + \frac{60\sqrt{2} \cdot (DA) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{2}$$

$$\frac{60 \cdot 140}{2} = \frac{140 \cdot (DA) \cdot \frac{1}{2}}{2} + \frac{60 \cdot (DA) \cdot \frac{1}{2}}{2}$$

$$\frac{60 \cdot 140}{2} = \frac{140 \cdot (DA)}{4} + \frac{60 \cdot (DA)}{4}$$

$$\frac{200 \cdot (DA)}{4} = \frac{60 \cdot 140}{2}$$

$$\frac{(DA)}{2} = \frac{6 \cdot 14}{2} \Rightarrow DA = 6 \cdot 14 \Rightarrow DA = 84 \text{ cm}$$

Passando para metros $DA = 0,84 \text{ m}$.

Opção B

Questão 11

Em uma viagem foram colocados dois tipos de revistas para que os tripulantes de uma fragata desfrutassem de uma boa leitura. Ao final da viagem foi feita uma pesquisa com todos os tripulantes para saber das preferências com relação às revistas "saúde à bordo" ou "vida marinha", verificou-se que:

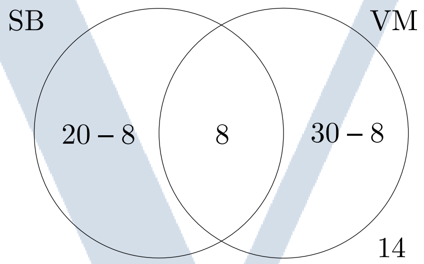
- 20 tripulantes leram "saúde à bordo"
- 30 tripulantes leram "vida marinha"
- 8 tripulantes leram as duas revistas
- 14 tripulantes não leram nenhuma dessas revistas

Qual o número de tripulantes da fragata nesta viagem?

(A) 56 (B) 58 (C) 64 (D) 68 (E) 72

Solução:

Vamos chamar de SB a revista "saúde à bordo" e VM a revista "vida marinha". Veja o diagrama de Venn abaixo:



O número de pessoas que respondeu a pesquisa foi:

$$n = 20 - 8 + 8 + 30 - 8 + 14$$
$$n = 20 + 30 + 6$$
$$n = 56$$

Opção A

Questão 12

Um marinheiro ao viajar comprou U$$ 1000,00 a uma taxa de 2,9 Reais por Dólar. Não havendo usado este dinheiro na viagem, ele vendeu, na sua volta a uma taxa de 2,7 Reais por Dólar. Então:

(A) O marinheiro lucrou R$ 180,00
(B) O marinheiro lucrou R$ 190,00
(C) O marinheiro lucrou R$ 200,00
(D) O marinheiro perdeu R$ 100,00
(E) O marinheiro perdeu R$ 200,00

Solução:

O problema pode ser resolvido com uma regra de três, mas é muito mais simples que isso. Na ida cada dólar valia R$ 2,90, então:

$$1000 \times 2,90 = 2900$$

Ou seja ela gastou R$ 2.900,00 para comprar os dólares. Na volta ele vendeu cada dólar por R$ 2,70, então:

$$1000 \times 2,70 = 2700$$

Ou seja ele só recebeu R$ 2.700,00. Houve então um prejuízo de R$ 200,00.

Opção C

Questão 13

Numa competição de arremesso de dardo, o vencedor conseguiu 82 m. O segundo colocado 78 m. De quanto foi o lançamento do terceiro colocado, sabendo-se que a diferença entre seu lançamento e o lançamento do segundo colocado foi a terça parte da diferença entre o seu lançamento e o do primeiro?

(A) 72 m (B) 74 m (C) 75 m (D) 76 m (E) 77 m

Solução:

Seja **p** o primeiro colocado; **s**, o segundo e **t** o terceiro. De acordo com o enunciado:

$$\begin{cases} p = 82 \\ s = 78 \\ t - 78 = \dfrac{t-82}{3} \end{cases}$$

Resolvendo a terceira equação:

$$3t - 234 = t - 82$$
$$3t - t = 234 - 82$$
$$2t = 152$$
$$t = 76$$

Opção D

Questão 14

A soma das raízes reais da equação $\sqrt{2}x^2 - \left(2\sqrt{2} + 2\right)x + 4 = 0$ é:

(A) 0 (B) $2 - \sqrt{2}$ (C) $\sqrt{2}$ (D) $2 + \sqrt{2}$ (E) $4\sqrt{2}$

Solução:

A soma S das raízes de uma equação do 2º grau do tipo $ax^2 + bx + c = 0$ é sempre dada pela expressão:

$$S = -\frac{b}{a}$$

Então:

$$S = -\frac{-\left(2\sqrt{2}+2\right)}{\sqrt{2}}$$

Racionalizando:

$$S = -\frac{-\left(2\sqrt{2}+2\right)}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\cdot 2 + 2\sqrt{2}}{2} = \frac{4+2\sqrt{2}}{2} = 2 + \sqrt{2}$$

Opção D

Questão 15

No numeral 213a46, a letra a representa um algarismo. Se o número correspondente é divisível por 3, a soma dos algarismos que podem substituir a letra a é:

(A) 10 (B) 12 (C) 15 (D) 16 (E) 17

Solução:

Como o número deve ser divisível por 3 a soma de seus algarismos deve ser da forma **3k**, onde **k** é inteiro e positivo, em outras palavras:

$$2+1+3+a+4+6=3k$$
$$a+16=3k$$

Substituindo os possíveis de k:

$$k=0 \Rightarrow a+16=3\cdot 0 \Rightarrow a=-16$$
$$k=1 \Rightarrow a+16=3\cdot 1 \Rightarrow a=-13$$
$$k=2 \Rightarrow a+16=3\cdot 2 \Rightarrow a=-10$$
$$k=3 \Rightarrow a+16=3\cdot 3 \Rightarrow a=-7$$
$$k=4 \Rightarrow a+16=3\cdot 4 \Rightarrow a=-4$$
$$k=5 \Rightarrow a+16=3\cdot 5 \Rightarrow a=-1$$
$$k=6 \Rightarrow a+16=3\cdot 6 \Rightarrow a=2$$
$$k=7 \Rightarrow a+16=3\cdot 7 \Rightarrow a=5$$
$$k=8 \Rightarrow a+16=3\cdot 8 \Rightarrow a=8$$
$$k=9 \Rightarrow a+16=3\cdot 9 \Rightarrow a=11$$

Como a está entre **0** e **9** só há três valores possíveis para a. A soma destes valores é:

$$2+5+8=15$$

Opção C