

# 30's — Volume 22

## Matemática

www.cursomentor.com

20 de julho de 2015

**Q1.** Um homem de  $x + \frac{6}{5}$  m de altura está de pé próximo a um poste de altura  $x + \frac{97}{50}$  m. Neste momento, a sombra do poste é de  $x + \frac{47}{5}$  m. Neste caso qual a medida da sombra do homem neste exato momento, se ela tem medida  $x + \frac{42}{5}$  m?

**Q2.** Um triângulo  $ABC$  tem os pontos  $M$  e  $N$  sobre os lados  $AB$  e  $AC$ , respectivamente. Sabe-se que  $MN \parallel BC$  e que as áreas do triângulo  $AMN$  e do trapézio  $MNCB$  são iguais. Calcule a razão entre a altura do triângulo  $AMN$  e do triângulo  $ABC$ .

**Q3.** Um trapézio possui uma base igual a 3 cm e a outra base com medida congruente à altura de medida  $x$  cm. Qual a medida da base maior, se a área deste trapézio mede  $35 \text{ cm}^2$ ?

**Q4.** Calcule a área de um círculo cujo valor do comprimento vale  $\frac{5\pi}{8}$  da área.

**Q5.** De um ponto  $P$ , exterior a uma circunferência traçam-se duas secantes  $PB$  e  $PD$ , determinando ainda, os pontos  $A$  – entre  $P$  e  $B$  – e  $C$  – entre  $P$  e  $D$ . Calcule  $x$ , sabendo que  $PA = 2x$ ,  $AB = x + 2$ ,  $PC = x + 1$  e  $CD = x + 5$ .

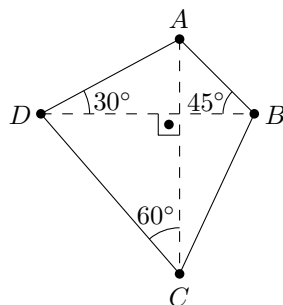
**Q6.** Em um triângulo  $ABC$ ,  $AM$  é bissetriz interna e  $AB = 2x + 10$ ,  $BM = 20 - \frac{x}{2}$ ,  $CM = \frac{x}{2} + 15$  e  $AC = 3x + 10$ . Calcule o perímetro deste triângulo.

**Q7.** Calcule o perímetro de um retângulo de lados  $24 - x$  cm e  $x + 4$  cm e cuja diagonal vale 20 cm.

**Q8.** Calcule a área de um triângulo retângulo cujas projeções dos catetos sobre a hipotenusa valem  $\sqrt{2}$  cm e  $\sqrt{3}$  cm.

**Q9.** Prove que, em qualquer triângulo  $ABC$  cujos lados são  $AB = c$ ,  $AC = b$  e  $BC = a$  e, cujo ângulo  $\widehat{BAC} = \alpha$  tem área vale  $S = \frac{b \cdot c \cdot \text{sen } \alpha}{2}$ .

**Q10.** Considere o quadrilátero  $ABCD$  da figura. Calcule a medida de  $BC$  e a área do quadrilátero, sabendo que  $AD = 4$ .



**Q11.** Em determinada pesquisa com 283 pessoas sobre a preferência por dois canais de TV,  $A$  e  $B$ , verificou-se que:

- 83 pessoas assistem apenas o canal  $A$ ;
- 61 pessoas assistem o canal  $B$ ; e
- 29 assistem ambos os canais.

Pergunta-se:

- a) Quantas pessoas assistem apenas um dos canais?
- b) Quantas pessoas assistem apenas o canal  $B$  ou nenhum deles?

**Q12.** Encontre a expressão algébrica da função afim que passa pelos pontos  $(a + b, a - b)$ ,  $(ab, \frac{a}{b})$ , sendo  $ab \neq 0$ .

**Q13.** Encontre o maior retângulo que pode ser inscrito em um triângulo equilátero de lado  $\ell$ , estando um dos lados do retângulo apoiado sobre a base do triângulo.

**Q14.** Encontre os pontos de interseção, se existirem, entre as funções dadas por  $f(x) = \sqrt{x^2 - (\sqrt{2} + \sqrt{3})x + \sqrt{6}}$  e  $g(x) = \sqrt{x^2 + (\sqrt{5} - \sqrt{2})x + \sqrt{7}}$ .

**Q15.** Considere a função real  $f(x) = -2014x^2 - x + \frac{1}{2014}$  de raízes  $x_1$  e  $x_2$ . Encontre:

a)  $x_1 + x_2$ ;

b)  $x_1 - x_2$ ;

c)  $x_1^3 + x_2^3$ .

**Q16.** Considere as seguintes funções reais  $f$  e  $g$  dadas por  $f(x) = \sqrt{2x+1}$  e  $g(x) = x^4 - 13x^2 + 42$ . Encontre as coordenadas do vértice da função  $g(f(x))$ .

**Q17.** Coloque em ordem crescente os números:

$$0, 1^2 \quad - 0, 01^{-1} \quad 10^{-1} \quad - 10^{-2} \quad - (-0, 01)^3$$

**Q18.** Calcule:

$$\frac{-2^2 \times 2^2 \div 2^2 + 2^2}{(2)^{-2} \div (-2)^{-2} + (-2)^{-(-2)}}$$

**Q19.** Classifique cada sentença em VERDADEIRA (V) ou FALSA (F):

- Qualquer número elevado a zero vale 1.
- Qualquer número elevado a 1 vale zero.
- Zero elevado a qualquer potência vale zero.
- O valor de  $2^{3^4}$  é o mesmo de  $4^{3^2}$ .
- Potências sempre dão, como resultado, números positivos.

**Q20.** Existem valores para os quais temos  $x^y = y^x$ . Calcule-os.

**Q21.** Resolva:

$$16^{11x-13} \div 8^{9+7x} = 32^{x+1} \cdot 4^{\frac{1}{2}x}$$

**Q22.** Resolva o sistema a seguir:

$$\begin{cases} 3^x \cdot 2^y = 24 \cdot 3 \\ \frac{x}{2} + 3y = 10 \end{cases}$$

**Q23.** Resolva:

$$2014^x + 2014^{-x} = 2$$

**Q24.** Resolva:

$$2^{3x} - 5 \cdot 2^{2x} + 6 \cdot 2^x = 0$$

SUGESTÃO: Faça  $2^x = y$ .

**Q25.** Em determinada pesquisa sobre o hábito de fumar, verificou-se que:

- 1791 dentre as pessoas entrevistadas são homens;
- 1525 dentre as pessoas entrevistadas são fumantes;
- 1923 dentre as pessoas entrevistadas são mulheres; e
- 2189 dentre as pessoas entrevistadas não fumam.

Se todas as pessoas abordadas responderam à pesquisa, pergunta-se:

- a) Quantas pessoas são mulheres ou fumantes?
- b) Quantas pessoas são homens fumantes ou mulheres não fumantes?

**Q26.** Encontre a expressão algébrica da função afim que passa pelos pontos  $(\sqrt{a}, \sqrt{b})$ ,  $(a^2, b^2)$ , sendo  $a$  e  $b$  números reais positivos.

**Q27.** Encontre o retângulo de maior área que pode ser obtido, sendo a soma de 3 dos lados do retângulo igual a  $k \in \mathbb{R}_+^*$ .

**Q28.** Encontre os pontos de interseção, se existirem, entre as funções dadas por  $f(x) = \sqrt{2} + \sqrt{3}x + \sqrt{5} + \sqrt{7}$  e  $g(x) = -(\sqrt{2} + \sqrt{3})x - \sqrt{7} + \sqrt{11}$ .

**Q29.** Considere a função real  $f(x) = x^2 - 13x + 37$  de raízes  $x_1$  e  $x_2$ . Encontre:

- a)  $x_1^3 + x_2^3$ ;
- b)  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ ;
- c)  $x_1^4 - x_2^4$ .

**Q30.** Considere as seguintes funções reais  $f$ ,  $g$  e  $h$  dadas por  $f(x) = \frac{2}{3}x + \frac{3}{5}$ ,  $g(x) = -x + \frac{4}{7}$  e  $h(x) = -\frac{-11x+1}{3}$ . Encontre a raiz da função  $g(f(h(x)))$ .

GABARITO VOLUME #22

**Q1.**  $x = \frac{250}{13}$

**Q2.**  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

**Q3.** 7 cm

**Q4.**  $\frac{256}{5\pi}$

**Q5.**  $\frac{1+\sqrt{7}}{2}$

**Q6.**  $2p = 105$

**Q7.** 56 cm

**Q8.**  $\frac{\sqrt[4]{24} + \sqrt[4]{54}}{2}$

**Q9.** Trace a partir de  $B$  a altura relativa ao lado  $BC$ , que chamaremos de  $h$ . Veja que  $\sin \alpha = \frac{h}{c}$ . Como a área vale  $S = \frac{b \cdot h}{2}$ , basta substituir o  $h = c \cdot \sin \alpha$ .

**Q10.**  $BC = 2\sqrt{2}; 4(1 + \sqrt{3})$

**Q11.**

a) 86

b) 200

**Q12.**  $y = \frac{a-ab+b^2}{b[ab-(a+b)]} \cdot x + \frac{a^2b^2-ab^3-a^2+2ab^2-ab}{b[ab-(a+b)]}$ ,  $ab \neq a + b$

**Q13.**  $x = \frac{\ell\sqrt{3}}{4}$ ;  $y = \frac{\ell}{2}$

**Q14.**  $x = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{7}}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}$

**Q15.**

a)  $-\frac{1}{2014}$

b)  $-\frac{\sqrt{5}}{2014}$

c)  $-\frac{4}{2014^3}$

**Q16.**  $(\frac{11}{4}, -\frac{1}{4})$

**Q17.**  $-0,01^{-1} < -10^{-2} < -(-0,01)^3 < 0,1^2 < 10^{-1}$

**Q18.** 0

**Q19.** Todos os itens são falsos.

**Q20.**  $(x, y) = (a, a)$ ,  $a \in \mathbb{R}^*$

**Q21.**  $x = \frac{84}{59}$

**Q22.**  $(x, y) = (2, 3)$

**Q23.**  $x = 0$

**Q24.**  $x = 1$  ou  $x = \log_2 3$

**Q25.**

a) 2556

b) 1734

**Q26.**  $y = \frac{b^2 - \sqrt{b}}{a^2 - \sqrt{a}} \cdot x + \frac{2a^2 - a^2\sqrt{b} - b^2\sqrt{a}}{a^2 - \sqrt{a}}, a \neq 1$

**Q27.**  $x = \frac{k}{4}; y = \frac{k}{2}$

**Q28.**  $(x, y) = \left( \frac{\sqrt{11} - \sqrt{5} - 2(\sqrt{2} + \sqrt{7})}{2\sqrt{3}}, \frac{\sqrt{5} + \sqrt{11}}{2} \right)$

**Q29.**

a) 754

b)  $\frac{13}{37}$

c)  $1235\sqrt{21}$

**Q30.**  $x = \frac{61}{770}$