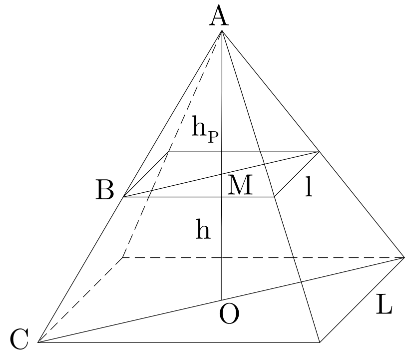
Vamos encontrar uma expressão que dá o volume do tronco de pirâmide regular de base quadrada. Seja a pirâmide abaixo:



A base menor do tronco tem lado **l** e centro **M**, e a base maior lado **L** e centro **O**. Os triângulos ABM e AOC são semelhantes, logo:

$$\frac{AM}{AO} = \frac{BM}{CO}$$

O que nos dá:

$$\frac{h_P}{h_P + h} = \frac{\frac{l\sqrt{2}}{2}}{\frac{L\sqrt{2}}{2}}$$

Lembrando que BM e CO correspondem a metade das diagonais das respectivas bases. As áreas das bases são:

$$b = l^2 \Rightarrow l = \sqrt{b}$$

E

$$B = L^2 \Rightarrow L = \sqrt{B}$$

Voltando à expressão e substituindo os lados em função das áreas:

$$\frac{h_P}{h_P + h} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{B}}$$

Racionalizando:

$$\frac{h_P}{h_P + h} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{B}} \cdot \frac{\sqrt{B}}{\sqrt{B}} \Rightarrow \frac{h_P}{h_P + h} = \frac{\sqrt{Bb}}{B}$$

Isolando a altura h_P:

$$h_P B = h_P\sqrt{Bb} + h\sqrt{Bb}$$

$$h_P\left(B - \sqrt{Bb}\right) = h\sqrt{Bb}$$

$$h_P = \frac{h\sqrt{Bb}}{B - \sqrt{Bb}}$$

Racionalizando:

$$h_P = \frac{h\sqrt{Bb}}{B - \sqrt{Bb}} \cdot \frac{B + \sqrt{Bb}}{B + \sqrt{Bb}} \Rightarrow h_P = \frac{h\sqrt{Bb}\left(B + \sqrt{Bb}\right)}{B^2 - Bb} \Rightarrow h_P = \frac{h\sqrt{Bb}\left(B + \sqrt{Bb}\right)}{B\left(B - b\right)}$$

O volume do tronco será a diferencça entre o volume da pirâmide de base menor v_P e o volume da pirâmide de base maior V:

$$V_T = V - v_P$$

$$V_T = \frac{B \cdot \left(h + h_p\right)}{3} - \frac{b \cdot h_P}{3}$$

$$V_T = \frac{Bh_P - bh_P + Bh}{3} \Rightarrow V_T = \frac{(B-b)h_P + Bh}{3}$$

Substituindo o valor de h_P na expressão anterior:

$$V_T = \frac{Bh + (B-b)\cdot \dfrac{h\sqrt{Bb}\left(B+\sqrt{Bb}\right)}{B(B-b)}}{3}$$

$$V_T = \frac{B^2h + hB\sqrt{Bb} + hBb}{3B}$$

Colocando hB em evidência:

$$V_T = \frac{Bh\left(B+\sqrt{Bb}+b\right)}{3B}$$

Finalmente:

$$V_T = \frac{h\left(B+\sqrt{Bb}+b\right)}{3}$$