

CURSO MENTOR

Tema: Introdução à Teoria de Conjuntos III

Prof.: Leonardo Santos

Data: 25 de maio de 2014

Q1. Coloque verdadeiro (V) ou (F) em cada uma das proposições a seguir:

- | | |
|---|---|
| 1. $0 \in \mathbb{N}$ | 15. $\{\frac{4}{7}, \frac{11}{13}\} \subset \mathbb{Q}$ |
| 2. $(2 - 3) \in \mathbb{N}$ | 16. $1 \in \mathbb{Q} - \mathbb{Z}$ |
| 3. $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ | 17. $\frac{2}{7} \in \mathbb{Q} - \mathbb{Z}$ |
| 4. $\mathbb{N} \cup \mathbb{Z}_- = \mathbb{Z}$ | 18. $\frac{14}{2} \in \mathbb{Q} - \mathbb{Z}$ |
| 5. $\mathbb{Z}_+ \cap \mathbb{Z}_- = \emptyset$ | 19. $r \in \mathbb{Q} \Rightarrow -r \in \mathbb{Q}$ |
| 6. $(-3)^2 \in \mathbb{Z}_-$ | 20. $3 \in \mathbb{R}$ |
| 7. $(-4) \cdot (-5) \in \mathbb{Z}_+$ | 21. $\mathbb{N} \subset \mathbb{R}$ |
| 8. $0 \in \mathbb{Z}_-$ | 22. $\mathbb{Z} \subset \mathbb{R}$ |
| 9. $(5 - 11) \in \mathbb{Z}$ | 23. $\frac{1}{2} \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}$ |
| 10. $\mathbb{N} \subset \mathbb{Q}$ | 24. $\sqrt{4} \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}$ |
| 11. $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$ | 25. $\sqrt[3]{4} \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}$ |
| 12. $0 \in \mathbb{Q}$ | 26. $(\sqrt{2} - 3\sqrt{3}) \in \mathbb{Q}$ |
| 13. $517 \in \mathbb{Q}$ | 27. $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \in \mathbb{Q}$ |
| 14. $0,47\overline{47} \in \mathbb{Q}$ | 28. $\frac{3\sqrt{2}}{5\sqrt{2}} \in \mathbb{Q}$ |

Q2. Efetue as operações com os intervalos a seguir:

- $[0, 2] \cap [1, 3]$
- $[0, 2] \cap (1, 3)$
- $(-1, \frac{2}{5}) \cap (0, \frac{4}{3})$
- $(-\infty, 2) \cap (0, +\infty)$
- $[-1, +\infty) \cap [-\frac{9}{2}, 2)$

f) $[1, 2] \cap [0, 3] \cap [-1, 4]$

g) $[-1, 3] \cup [0, 4]$

h) $(-2, 1] \cup (0, 5)$

i) $[-1, 3] \cup [3, 5]$

j) $[-\frac{1}{2}, 0) \cup (-\frac{3}{2}, -\frac{1}{4}]$

Q3. Sendo $A = [0, 5)$ e $B = (1, 3)$, determinar o complementar de B em relação a A .

Q4. Considere que:

- A é o conjunto dos números naturais ímpares menores do que 10;
- B é o conjunto dos dez primeiros números naturais;
- C é o conjunto dos números primos menores do que 9.

Use os símbolos \subset ou $\not\subset$ e relacione os conjuntos na ordem dada:

- | | |
|--------------|--------------|
| a) A e B | c) C e B |
| b) C e A | d) A e C |

Q5. Classifique em V ou F as seguintes afirmações sobre os conjuntos A e B :

- Se $n(A) = 3$ e $n(B) = 4$, então $n(A \cup B) = 7$.
- Se $n(A) = 2$ e $n(B) = 3$, então $n(A \cap B) = 2$.
- Se $A \cap B = \emptyset$, $n(A) = 5$ e $n(B) = 4$, então $n(A \cup B) = 9$.

Q6. Mostre que se $r_1 \in \mathbb{Q}$ e $r_2 \in \mathbb{Q}$ e $r_1 < r_2$, então $\exists r \mid r_1 < r < r_2$.

Q7. Prove que se $\{a, b, c, d\} \subset \mathbb{Q}$, $p > 0$ é primo e $a + b\sqrt{p} = c + d\sqrt{p}$, então $a = c$ e $b = d$.

GABARITO

Q1.

- | | | |
|-------|-------|-------|
| 1. V | 11. V | 21. V |
| 2. F | 12. V | 22. V |
| 3. V | 13. V | 23. F |
| 4. V | 14. V | 24. F |
| 5. F | 15. V | 25. V |
| 6. F | 16. F | 26. V |
| 7. V | 17. V | 27. V |
| 8. V | 18. F | 28. V |
| 9. V | 19. V | |
| 10. V | 20. V | |

Q2.

- | | | |
|-----------------------|-------------|-----------------------|
| a) $[1.2]$ | e) $[-1.2)$ | i) (-2.5) |
| b) $(1.2]$ | f) $[1.2]$ | j) $(-\frac{3}{2}.0)$ |
| c) $(0, \frac{2}{5})$ | g) $[-1.4]$ | |
| d) $[0.2]$ | h) $[-1.5]$ | |

Q3. $[0, 1] \cup (3, 5)$

Q4.

- a) $A \subset B$
- b) $C \not\subset A$
- c) $C \subset B$
- d) $A \not\subset C$

Q5.

- a) F
- b) F
- c) V

Q6. Basta mostrar que $r_1 < \frac{r_1+r_2}{2} < r_2$.

Q7. Faça:

$$(a - c) + (b - d)\sqrt{p} = 0$$