

CURSO MENTOR

www.cursomentor.com

Professor: Leonardo Santos

Tema: Função Inversa I

Data: 21 de julho de 2014

Q1. Para cada função a seguir, mostre que é bijetora e determine a lei que define a inversa:

a) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = 2x - 5$

b) $g : \mathbb{R} - \{4\} \rightarrow \mathbb{R} - \{1\}$ tal que $g(x) = \frac{x+1}{x-4}$

c) $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $h(x) = x^5$

Q2. Para cada uma das funções reais abaixo, encontre a lei de correspondência que define a função inversa:

a) $f(x) = 2x + 3$

b) $g(x) = \frac{4x-1}{3}$

c) $h(x) = x^3 + 2$

d) $p(x) = (x-1)^3 + 2$

e) $q(x) = \sqrt[3]{x+2}$

f) $r(x) = \sqrt[3]{x-1}$

g) $s(x) = \sqrt[3]{1-x^3}$

Q3. A função real definida por $f(x) = x^2$ admite função inversa?

Q4. Seja a função $f : \mathbb{R}_- \rightarrow \mathbb{R}_+$, tal que $f(x) = x^2$. Qual a função inversa de f ?

Q5. Obtenha a função inversa das seguintes funções:

a) $f : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$, $f(x) = x^2$

b) $f : A \rightarrow \mathbb{R}_+$, $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 1\}$,
 $f(x) = (1-x)^2$

c) $f : A \rightarrow \mathbb{R}_-$, $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 2\}$,
 $f(x) = -(x-2)^2$

d) $f : A \rightarrow \mathbb{R}_-$, $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -1\}$,
 $f(x) = -(1-x)^2$

e) $f : \mathbb{R}_- \rightarrow B$, $B = \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 1\}$,
 $f(x) = x^2 + 1$

f) $f : \mathbb{R}_+ \rightarrow B$, $B = \{y \in \mathbb{R} \mid y \leq 4\}$,
 $f(x) = 4 - x^2$

g) $f : \mathbb{R}_- \rightarrow B$, $B = \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq -1\}$,
 $f(x) = x^2 - 1$

Q6. Obtenha a função inversa das seguintes funções:

a) $f : \mathbb{R} - \{3\} \rightarrow \mathbb{R} - \{1\}$, $f(x) = \frac{x+3}{x-3}$

b) $f : \mathbb{R} - \{-1\} \rightarrow \mathbb{R} - \{2\}$, $f(x) = \frac{2x+3}{x+1}$

c) $f : \mathbb{R} - \{3\} \rightarrow \mathbb{R} - \{-1\}$, $f(x) = \frac{4-x}{x-3}$

d) $f : \mathbb{R} - \{\frac{1}{3}\} \rightarrow \mathbb{R} - \{\frac{5}{3}\}$, $f(x) = \frac{5x+2}{3x-1}$

e) $f : \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R} - \{4\}$, $f(x) = \frac{4x+2}{x}$

f) $f : \mathbb{R} - \{3\} \rightarrow \mathbb{R} - \{3\}$, $f(x) = \frac{3x+2}{x-3}$

Q7. Seja a função f de $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 1\}$ em $B = \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 1\}$ definida por $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 2}$. Qual o valor do domínio de f^{-1} com imagem 3?

GABARITO

Q1.

a) $f^{-1} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f^{-1}(x) = \frac{x+5}{2}$

b) $g^{-1} : \mathbb{R} - \{1\} \rightarrow \mathbb{R} - \{4\}, g^{-1}(x) = \frac{4x+1}{x-1}$

c) $h^{-1} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, h^{-1}(x) = \sqrt[5]{x}$

Q2.

a) $f^{-1}(x) = \frac{x-3}{2}$

b) $g^{-1}(x) = \frac{3x+1}{4}$

c) $h^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-2}$

d) $p^{-1}(x) = 1 + \sqrt[3]{x-2}$

e) $q^{-1}(x) = x^3 - 2$

f) $r^{-1}(x) = (x+1)^3$

g) $s^{-1}(x) = \sqrt[3]{1-x^3}$

Q3. Não, pois f não é injetora. Um exemplo é $f(-1) = f(1)$.

Q4. $f^{-1} : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_-, f^{-1}(x) = -\sqrt{x}$

Q5.

a) $f^{-1} : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+, f^{-1}(x) = \sqrt{x}$

b) $f^{-1} : \mathbb{R}_+ \rightarrow A, f^{-1}(x) = 1 - \sqrt{x}$

c) $f^{-1} : \mathbb{R}_- \rightarrow A, f^{-1}(x) = 2 - \sqrt{-x}$

d) $f^{-1} : \mathbb{R}_- \rightarrow A, f^{-1}(x) = -1 - \sqrt{-x}$

e) $f^{-1} : B \rightarrow \mathbb{R}_-, f^{-1}(x) = -\sqrt{x-1}$

f) $f^{-1} : B \rightarrow \mathbb{R}_+, f^{-1}(x) = \sqrt{4-x}$

g) $f^{-1} : B \rightarrow \mathbb{R}_-, f^{-1}(x) = -\sqrt{x+1}$

Q6.

a) $f^{-1} : \mathbb{R} - \{1\} \rightarrow \mathbb{R} - \{3\}, f^{-1}(x) = \frac{3x+3}{x-1}$

b) $f^{-1} : \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R} - \{-1\}, f^{-1}(x) = \frac{3-x}{x-2}$

c) $f^{-1} : \mathbb{R} - \{-1\} \rightarrow \mathbb{R} - \{3\}, f^{-1}(x) = \frac{3x+4}{x+1}$

d) $f^{-1} : \mathbb{R} - \{\frac{5}{3}\} \rightarrow \mathbb{R} - \{\frac{1}{3}\}, f^{-1}(x) = \frac{x+2}{3x-5}$

e) $f^{-1} : \mathbb{R} - \{4\} \rightarrow \mathbb{R}^*, f^{-1}(x) = \frac{2}{x-4}$

f) $f^{-1} : \mathbb{R} - \{3\} \rightarrow \mathbb{R} - \{3\}, f^{-1}(x) = \frac{3x+2}{x-3}$

Q7. $\sqrt{17}$