



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS
COLÉGIO DE APLICAÇÃO
SETOR CURRICULAR DE MATEMÁTICA

EXAME DE SELEÇÃO À 1ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO – 2006
30/10/2005

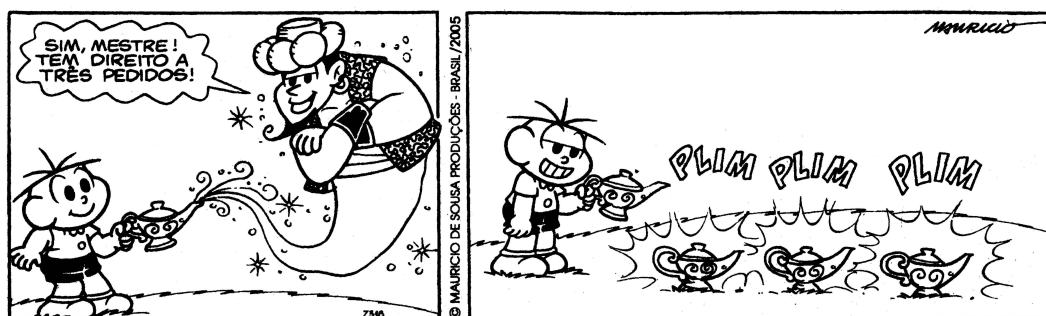
INSTRUÇÕES:

1. Não escreva seu nome na prova.
2. Registre, nas folhas de reposta, apenas seu número de inscrição no local solicitado.
3. A prova terá duração de duas horas.
4. Leia as questões com cuidado e atenção.
5. É necessário apresentar o desenvolvimento das questões no local adequado.
6. Os cálculos podem ser feitos a lápis, mas as respostas devem ser dadas a caneta e sem rasuras.
7. Evite o uso de fita ou líquido corretivo.
8. Não é permitido o uso de calculadora.
9. Utilize todo o tempo destinado à prova.
10. Ao terminar, releia a prova com atenção, verificando se respondeu a todas as questões.

QUESTÃO 1

A lenda diz que quando alguém encontra uma lâmpada mágica e a esfrega, dela sai um gênio que concede três pedidos àquele que a encontrou.

No seguinte quadrinho da turma da Mônica, Cebolinha encontrou uma dessas lâmpadas. Observe o quadrinho.



Quadrinho da Turma da Mônica – Jornal O Globo de 6/09/2005

Indique quantos pedidos Cebolinha ainda tem direito. Justifique sua resposta.

Nesta questão será avaliada a argumentação do aluno.



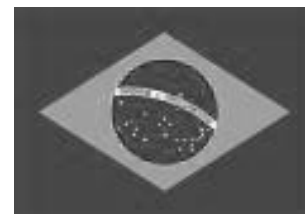
QUESTÃO 2

A maioria dos brasileiros desconhece que a fabricação da Bandeira Nacional obedece a rígidos critérios em relação às dimensões das figuras geométricas (retângulo, losango e círculo), das letras e das estrelas.

Uma característica peculiar, presente na legislação específica para os Símbolos Nacionais (a Bandeira Nacional, o Hino Nacional, as Armas Nacionais e o Selo Nacional), dispõe sobre a posição das estrelas no círculo azul da Bandeira do Brasil. As constelações, incluindo a constelação do Cruzeiro do Sul, reproduzem o aspecto do céu, na cidade do Rio de Janeiro, às 8 horas e 30 minutos do dia 15 de novembro de 1889, dia da Proclamação da República. Cada uma das estrelas, no total de 27, correspondem aos Estados brasileiros e ao Distrito Federal.

Cores

Sobre o retângulo verde ficará o losango amarelo e, dentro deste, o círculo azul, no qual estarão a faixa branca, com as letras da legenda ORDEM E PROGRESSO em cor verde, e as estrelas na cor branca.



Dimensões

Para cálculos das dimensões, será tomada por base a largura, dividindo-a em 14 (quatorze) partes iguais, sendo que cada uma das partes será considerada **uma medida ou módulo (M)**.

Todos os demais requisitos dimensionais seguem critérios específicos como os descritos abaixo:

1. Comprimento será de vinte módulos (20M);
2. A distância dos vértices do losango amarelo ao quadro externo será de um módulo e sete décimos (1,7M);
3. O raio do círculo azul no meio do losango amarelo será de três módulos e meio (3,5M).

(Fonte: www.inmetro.gov.br)

a) **Determine a que porcentagem do comprimento corresponde a largura de uma bandeira brasileira que atende aos critérios legais.**

$$\frac{14}{20} = 70\%$$

b) Considere uma bandeira brasileira com 8,4 cm de largura que atende aos critérios legais. **Determine a medida da maior diagonal do losango desta bandeira.**

$$20M - 3,4M = 16,6M$$

$$14M \rightarrow 8,4 \text{ cm}$$

$$16,6M \rightarrow d \text{ cm}$$

$$d = 9,96 \text{ cm}$$

**QUESTÃO 3**

Durante 8 minutos, a velocidade de um automóvel é constante e igual a 100 km/h.

Determine, aproximadamente, a distância que esse automóvel percorre nesse período.

$$60 \text{ min} \rightarrow 100 \text{ km}$$

$$8 \text{ min} \rightarrow d \text{ km}$$

$$d = \frac{800}{60} \approx 13,3 \text{ km}$$

Aproximadamente 13,3 km.

QUESTÃO 4

Escreva o polinômio que representa a área de um quadrado de lado $2r + 3$.

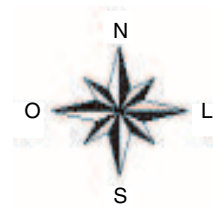
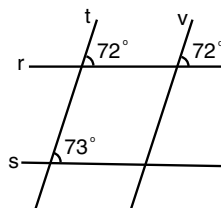
$$(2r + 3)^2 = 4r^2 + 12r + 9$$

QUESTÃO 5

Na figura ao lado, considere o par de retas t, v e o par de retas r, s .

a) **Indique o par de retas paralelas.**

t, v



b) **De acordo com a orientação apresentada, determine se o outro par de retas se interceptará ao norte, ao sul, à leste ou à oeste.** Justifique.

A reta t divide o plano que contém a figura em dois semi-planos α_1 e α_2 . Considere que a reta v está contida no plano α_2 . De acordo com a figura, o menor ângulo formado pelas retas t e s é maior do que o menor ângulo formado pelas retas t e r , logo a interseção das retas r e s pertence ao semi-plano α_1 . Portanto, em relação a rosa-dos-ventos, a oeste.

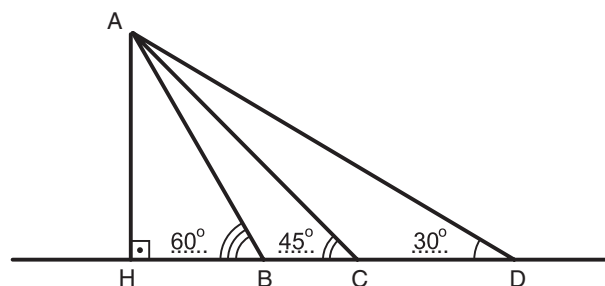
**QUESTÃO 6**

Escreva os números 14, 15, 18, $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$, $10\sqrt{2}$ e 6π em ordem crescente.

$$14 < 10\sqrt{2} < 15 < \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} < 18 < 6\pi$$

QUESTÃO 7

Na figura abaixo os ângulos destacados medem 30° , 45° e 60° .



a) Indique, na figura, a medida de cada ângulo.

b) Se a medida do segmento AC é 10, calcule a medida do segmento AB .

$$AC = 10$$

$$\text{sen } 45^\circ = \frac{AH}{10} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow AH = 5\sqrt{2}$$

$$\text{sen } 60^\circ = \frac{AH}{AB} = \frac{5\sqrt{2}}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AB = \frac{10\sqrt{6}}{3}$$

**QUESTÃO 8**

Lucas joga uma pedra para cima. A altura desta pedra até o chão pode ser calculada, em cada instante, pela fórmula:

$$H = 1,5 + 20t - 5t^2$$

em que H é a altura (em metros) e t é o tempo (em segundos) decorrido desde o lançamento.

a) **Calcule a altura da pedra no instante $t = 2$.**

$$H = 1,5 + 20 \cdot 2 - 5 \cdot 2^2$$

$$H = 1,5 + 40 - 20$$

$$H = 21,5$$

A altura da pedra é de 21,5 m.

b) **Calcule os instantes em que a pedra se encontra a 16,5 m de altura do chão.**

$$1,5 + 20t - 5t^2 = 16,5$$

$$5t^2 - 20t + 15 = 0$$

$$t^2 - 4t + 3 = 0$$

$$t = 1 \text{ ou } t = 3$$

Nos instantes $t = 1$ s e $t = 3$ s.

QUESTÃO 9

Antônio e Bruno tinham juntos R\$132,00. Antônio gastou a terça parte do que possuía e Bruno gastou a quinta parte do que possuía. Depois disso os dois ficam com quantias iguais e não gastam mais nada.

Determine quanto cada um possui agora.

$$\begin{cases} A + B = 132 \\ A - \frac{A}{3} = B - \frac{B}{5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = 132 - B \\ 10A = 12B \end{cases}$$

$$1320 - 10B = 12B$$

$$22B = 1320$$

$$B = 60$$

$$B - \frac{B}{5} = 60 - 12 = 48$$

Cada um possui agora R\$ 48,00.

**QUESTÃO 10**

As soluções da equação $x^2 - 4x + 1 = 0$ são a e b . **Determine o valor da expressão $(a + 7)(b + 7)$.**

$$a + b = 4$$

$$ab = 1$$

$$(a + 7)(b + 7) = ab + 7(a + b) + 49$$

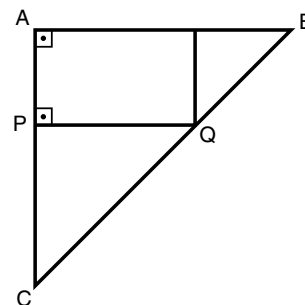
$$(a + 7)(b + 7) = 1 + 28 + 49$$

$$(a + 7)(b + 7) = 78$$

QUESTÃO 11

Na figura ao lado, o $\triangle ABC$ é retângulo e isósceles.

Considere $AP = 3$ e $PQ = 6$.



a) **Determine a medida do segmento AQ .**

$$(AQ)^2 = 3^2 + 6^2$$

$$(AQ)^2 = 45$$

$$AQ = \sqrt{45}$$

$$AQ = 3\sqrt{5}$$

b) **Determine o perímetro do $\triangle ABC$.**

$\triangle PQC \sim \triangle ABC \Rightarrow \triangle PQC$ é isósceles e $PC = 6$.

$$AC = AB = 9$$

$$(BC)^2 = 9^2 + 9^2$$

$$(BC)^2 = 162$$

$$BC = \sqrt{162}$$

$$BC = 9\sqrt{2}$$

O perímetro do $\triangle ABC$ é igual a $18 + 9\sqrt{2}$.



QUESTÃO 12

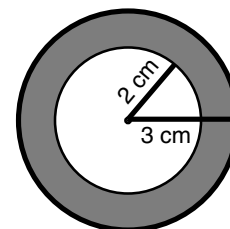
Ao preparar o projeto para um jardim de formato circular de raio igual a 3 m, um paisagista decidiu cobrir de flores amarelas a região interna cuja distância à circunferência que limita o jardim é menor do que ou igual a 1 m.

Determine a medida da área destinada para as flores amarelas.

$$A = \pi \cdot 3^2 - \pi \cdot 2^2$$

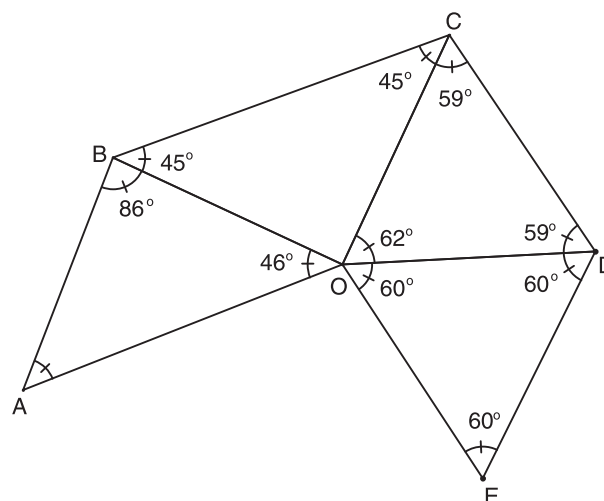
$$A = 9\pi - 4\pi = 5\pi$$

A medida da área é $5\pi \text{ m}^2$.



QUESTÃO 13

Considere a figura a seguir:



a) **Calcule a medida do ângulo $\hat{B}\hat{A}\hat{O}$.**

$$\hat{B}\hat{A}\hat{O} = 180^\circ - 86^\circ - 46^\circ$$

$$\hat{B}\hat{A}\hat{O} = 48^\circ$$

b) **Identifique qual dos triângulos é um triângulo retângulo. Justifique.**

O triângulo BOC , pois $\hat{B}\hat{O}\hat{C} = 90^\circ$.

c) **No triângulo CDO , identifique o lado de maior comprimento. Justifique.**

O lado CD , pois é oposto ao maior ângulo do triângulo.

d) **Determine o menor lado do polígono $ABCDEO$.**

É o lado AB .