M

Mentor Disciplina: Matemática
www.cursomentor.com
Prof.: Leonardo Santos Tema: Simulado
Lista: #4 Turma: AFA, EN, EFOMM, EsPCEx Data: 4 de maio de 2021

Q1.
(LSB) Considere o triângulo ABC da figura 1 em que temos $AB = 12$, $AC = 16$ e $BC = 20$.

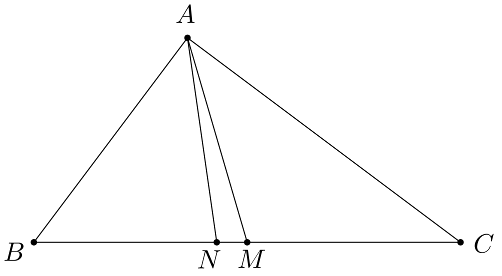

Figura 1

Sabendo que M é ponto médio de $\overline{BC}$ e que $B\widehat{A}N = \frac{\pi}{2}$ rad, o valor de MN é:
a) $\frac{10}{7}$ b) $\frac{3}{7}$ c) $\frac{13}{7}$ d) $\frac{19}{7}$

Q2.
(LSB) Considere um quadrilátero convexo $ABCD$ tal que $AB = CD = 28$, $BC = AD = 21$ e a diagonal $BD = 35$. Então, o valor de AC pertence ao intervalo:
a) $(21, 28]$ b) $(28, 32]$ c) $(32, 35]$ d) $(35, 40]$

Q3.
(LSB) Considere a equação do segundo grau $Ax^2+Bx+C = 0$, em que (A, B, C) é uma P.A. Sabendo-se que $A+B+C = 21$ e que a soma das raízes da equação é -2, o produto das raízes desta equação é:
a) 1 b) 3 c) 5 d) 7

Q4.
(LSB) Em uma pesquisa foram consultadas 35 pessoas sobre a utilização de dois produtos A e B e constatou-se que:

- o número de pessoas que não usam o produto A é igual ao número de pessoas que usam A e B mais 5 pessoas;
- o número de pessoas que não usam produto algum é 50% do número de pessoas que usam apenas o produto A; e
- o número de pessoas que usam os dois produtos simultaneamente é o dobro do número dos que não usam produtos.

Considerando as afirmativas acima, é CORRETO afirmar que:
a) o número de pessoas que não usa o produto B é 10
b) o número de pessoas que usa o produto A é igual ao número de pessoas que usam o produto B
c) o número de pessoas que usam ambos os produtos é menor do que o número dos que não usam produtos
d) 5% das pessoas não usam produtos

Q5.
(LSB) Um triângulo retângulo é tal que seus lados estão em progressão aritmética e seu perímetro é numericamente igual à raiz positiva da equação $\frac{6}{x} + \frac{7}{x+2} = 1$. A altura do triângulo, relativa à hipotenusa, possui uma medida que pertence ao intervalo:
a) $[0, 1]$ b) $[2, 3]$ c) $[4, 5]$ d) $[6, 7]$

Q6.
(LSB) Na figura 2, temos uma linha poligonal em que $\widehat{B} = 70°$, $\widehat{C} = 60°$ e $\widehat{E} = 20°$.

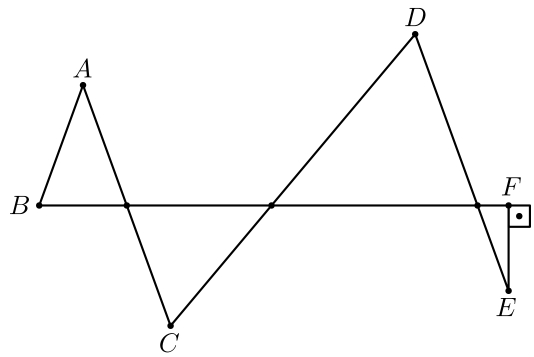

Figura 2

Sabendo que $\overline{BF} \perp \overline{EF}$ e que $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$, o valor do ângulo $\widehat{A}$, em radianos, é:
a) $\frac{\pi}{9}$ b) $\frac{2\pi}{9}$ c) $\frac{3\pi}{9}$ d) $\frac{5\pi}{9}$

Q7.
(LSB) Considere as sequências numéricas (a_n) e (b_n), que são tais que seus termos gerais são dados por $a_n = \frac{1}{n} + 2^n$ e $b_n = n + 16^{\frac{1}{n}}$. Se a sequência (c_n) é tal que $c_n = a_n + b_n$, sendo $n \in \mathbb{N}^*$, então o valor de c_4 é:
a) $\frac{23}{4}$ b) $\frac{31}{4}$ c) $\frac{67}{4}$ d) $\frac{89}{4}$

Q8.
(LSB) Na figura 3, $ABCD$ é quadrado de lado $2x$, ADE é triângulo equilátero e O é o ponto de encontro das diagonais do quadrado.

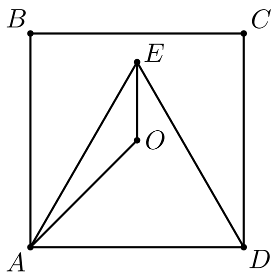

Figura 3

A área S, do triângulo AEO, é igual a:
a) $\frac{\sqrt{3}-1}{4}x^2$ b) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}x^2$ c) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}x^2$ d) $\frac{\sqrt{3}+1}{4}x^2$

Q9.
(LSB) Considere a operação $\oplus$ entre dois conjuntos A e B, definida de modo que

$$A \oplus B = \{x \mid x \text{ atende à propriedade } P\}$$

, sendo P a seguinte propriedade: "é número que corresponde à soma de elemento de A com elemento de B." Assim, se $A = \{1, 2\}$ e $B = \{0, 3, 6\}$, analise as afirmativas a seguir e marque a CORRETA:

a) $A \oplus B \neq B \oplus A$
b) $(A \oplus A) \subset A$
c) $12 \in (B \oplus B)$
d) $\varnothing \not\subset A \oplus B$

Q10.
(LSB) Na figura 4 a seguir, considere que A, B_1, B_2 e B_3 estão alinhados, bem como A, C_1, C_2 e C_3. Além disso, $AB_1 = 5$, $AC_1 = 3$, $C_1C_2 = 2$, $C_2C_3 = 1$.

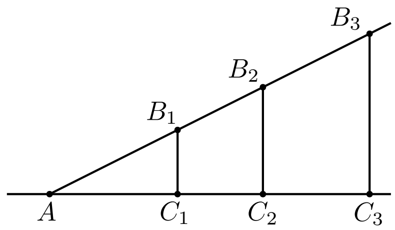

Figura 4

Sabendo que $\overline{B_1C_1} \parallel \overline{B_2C_2} \parallel \overline{B_3C_3}$ e que $\overline{B_1C_1} \perp \overline{AC_3}$, calcule o valor de $B_1C_1 + B_2C_2 + B_3C_3$:
a) $\frac{56}{3}$ b) 17 c) $\frac{28}{3}$ d) 13

Gabarito

1) Veja que $BC^2 = AB^2 + AC^2$, pois $20^2 = 12^2 + 16^2$. Então ΔABC é retângulo e, portanto, $\overline{AN}$ é bissetriz. Daí:

$$\frac{AB}{BN} = \frac{AC}{CN}$$

Então, se $BN = x$ teremos:

$$\frac{12}{x} = \frac{16}{20-x} \Rightarrow 3 \cdot (20 - x) = 4x \Rightarrow x = \frac{60}{7}$$

Como $MN = BM - BN$, temos $MN = 10 - \frac{60}{7}$, logo $MN = \frac{10}{7}$. Opção A[1].

2) Como os lados opostos são respectivamente congruentes, o quadrilátero $ABCD$ é um paralelogramo. Observando que $35^2 = 28^2 + 21^2$, vemos que o quadrilátero é um retângulo. As duas diagonais são, então, congruentes e teremos $AC = 35$. Opção C.

3) Se (A, B, C) é P.A., podemos fazer $B - r + B + B + r = 21$, em que r é a razão da P.A. Daí temos:

$$3B = 21 \Rightarrow B = 7$$

A soma das raízes da equação é $-\frac{B}{A} = -2$, portanto, $A = \frac{7}{2}$. Calculamos, agora, o valor de r:

$$A = B - r \Rightarrow r = 7 - \frac{7}{2} \Rightarrow r = \frac{7}{2}$$

Logo $C = 7 + \frac{7}{2}$, ou seja, $C = \frac{21}{2}$. O produto das raízes da equação é $P = \frac{C}{A}$, daí:

$$P = \frac{\frac{21}{2}}{\frac{7}{2}} \Rightarrow P = 3$$

4) Sejam:

- x o número de pessoas que usam apenas o produto A;
- y o número de pessoas que usam apenas o produto B;
- m o número de pessoas que usam o produto A e o produto B; e
- n o número de pessoas que não usam produtos.

Assim, de acordo com o enunciado teremos:

$$\begin{cases} y + n = m + 5 \\ n = \frac{50}{100} \cdot x \\ m = 2n \\ x + y + m + n = 35 \end{cases}$$

Usando a terceira equação, podemos reescrever o sistema:

$$\begin{cases} y + \frac{x}{2} = 2n + 5 \\ n = \frac{1}{2} \cdot x \\ x + y + 2n + \frac{x}{2} = 35 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y + \frac{x}{2} = 2n + 5 \\ n = \frac{1}{2} \cdot x \\ y + 2n + \frac{3x}{2} = 35 \end{cases}$$

Da segunda equação temos $x = 2n$, agora substituímos tanto na primeira equação quanto na terceira equação:

$$\begin{cases} y + \frac{x}{2} = x + 5 \\ y + x + \frac{3x}{2} = 35 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{x}{2} + 5 \\ y + \frac{5x}{2} = 35 \end{cases}$$

Subtraindo a segunda da primeira equação:

$$y + \frac{5x}{2} - y = 35 - \frac{x}{2} - 5 \Rightarrow \frac{6x}{2} = 30 \Rightarrow x = 10$$

Daí vemos que $y = 10$, $m = 10$ e $n = 5$. Analisando as alternativas:
a) Falsa. O número de pessoas que não usa B é $x + n = 15$.
b) Verdadeira. O número de pessoas que usam o produto A é $x + m = 20$ e o número de pessoas que usam B é $y + n = 20$.
c) Falsa. $m > n$.
d) Falsa. Temos $\frac{5}{35} = \frac{1}{7} \approx 14,3\%$.

5) Vamos primeiro resolver a equação dada;

$$\frac{6}{x} + \frac{7}{x+2} = 1 \Rightarrow 6 \cdot (x + 2) + 7x = x \cdot (x + 2)$$

Portanto:

$$6x + 12 + 7x = x^2 + 2x \Rightarrow x^2 - 11x - 12 = 0$$

Cujas raízes são $x_1 = -1$ e $x_2 = 12$. Como queremos a raiz positiva, usaremos $x = 12$. Então, se os lados do triângulo são a, b e c temos $a + b + c = 12$ e, como formam uma P.A. teremos:

$$b - r + b + b + r = 12 \Rightarrow 3b = 12 \Rightarrow b = 4$$

Como o triângulo é retângulo, vale o Teorema de Pitágoras:

$$(4 + r)^2 = 4^2 + (4 - r)^2$$

Logo:

$$16 + 8r + r^2 = 16 + 16 - 8r + r^2 \Rightarrow 16r = 16 \Rightarrow r = 1$$

Os lados são então 3, 4 e 5. A altura h, relativa à hipotenusa, pode ser obtida pela relação:

$$bc = ah \Rightarrow 3 \cdot 4 = 5 \cdot h \Rightarrow h = \frac{12}{5} = 2,4$$

Então, opção B.

6) Como $\widehat{E} = 20°$, teremos o ângulo sem marcação no triângulo retângulo de cateto $\overline{EF}$ sendo $90° - 20 = 70°$. Como $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ teremos $\widehat{C} = \widehat{D} = 60°$, pois são alternos internos. No triângulo em que um dos vértices é D teremos os ângulos de $70°$, $60°$ e $180° - (70° + 60°) = 50°$.

Por sua vez, no triângulo em que um dos vértices é $\widehat{C}$, teremos ângulos de $50°$, $60°$ e $70°$ (veja que os triângulos de vértices C e D são semelhantes, pois possuem os três lados respectivamente paralelos).

Com $\widehat{B} = 70°$ e temos outro ângulo de $70°$, teremos $\widehat{A} = 40°$. Opção B.

7) Como queremos c_4, só precisamos fazer:

$$c_4 = a_4 + b_4 \Rightarrow c_4 = \frac{1}{4} + 2^4 + 4 + 16^{\frac{1}{4}}$$

Logo:

$$c_4 = \frac{1}{4} + 16 + 4 + 2 \Rightarrow c_4 = \frac{1}{4} + 22 \Rightarrow c_4 = \frac{89}{4}$$

Opção D.

[1] Esta questão precisou ser anulada, pois no enunciado estava $\frac{\pi}{2}$ rad em lugar de $\frac{\pi}{4}$ rad.

8) Primeiro, vamos calcular EO. A altura h do triângulo equilátero é:

$$h = \frac{2x \cdot \sqrt{3}}{2} \Rightarrow h = x\sqrt{3}$$

Como O é o ponto de encontro das diagonais:

$$OE = h - \frac{2x}{2} \Rightarrow OE = x\sqrt{3} - x \Rightarrow OE = x(\sqrt{3} - 1)$$

A altura do triângulo AEO vale $\frac{2x}{2} = x$ e teremos:

$$S = \frac{1}{2} \cdot x(\sqrt{3} - 1) \cdot x \Rightarrow S = \frac{(\sqrt{3} - 1)x^2}{2}$$

Opção B.

9) Vamos analisar as opções:
a) Falsa. Como $\oplus$ é uma adição e a adição é comutativa, teremos $A \oplus B = B \oplus A$
b) Falsa. $A \oplus A = \{2, 3, 4\}$
c) Verdadeira. $B \oplus B = \{0, 3, 6, 9, 12\}$
d) Falsa. O conjunto vazio está contido em qualquer conjunto.

10) Por conta do paralelismo citado no enunciado, os três triângulos da figura são semelhantes entre si e podemos escrever:

$$\frac{B_1C_1}{AC_1} = \frac{B_2C_2}{AC_2} = \frac{B_3C_3}{AC_3}$$

Pela propriedade das proporções, teremos:

$$\frac{B_1C_1 + B_2C_2 + B_3C_3}{AC_1 + AC_2 + AC_3} = \frac{B_1C_1}{AC_1}$$

Do Teorema de Pitágoras:

$$(AB_1)^2 = (B_1C_1)^2 + (AC_1)^2$$

Daí:

$$5^2 = (B_1C_1)^2 + 3^2 \Rightarrow B_1C_1 = 4$$

Então:

$$\frac{B_1C_1 + B_2C_2 + B_3C_3}{3 + 5 + 6} = \frac{4}{3}$$

Logo $B_1C_1 + B_2C_2 + B_3C_3 = \frac{56}{3}$. Opção A.

Gabarito

Q1. A
Q2. C
Q3. B
Q4. B
Q5. B
Q6. B
Q7. D
Q8. B
Q9. C
Q10. A